۱

گزینه ۴

۱) ۲، ۳، ۵ و ۷ اعداد اول یک‌رقمی هستند که حالت‌های مختلف دوتایی دارند، پس مجموعه نیست.
۲) هر فردی ممکن است تیم‌های خوب را متفاوت ببیند، پس مجموعه نیست.
۳) $-۸, -۶, -۴, -۲, ۰, ۲, ۴, ۶, ۸$، بنابراین ۹ عدد صحیح زوج یک‌رقمی داریم که حالت‌های مختلف از ۴ تایی‌ها دارد، پس مجموعه نیست.
۴) این کارخانه وجود ندارد، پس مجموعهٔ تهی را نشان می‌دهد.

۲

گزینه ۱

گزینهٔ ۱ نمی‌تواند نمایش یک مجموعه باشد، زیرا اعضای آن مشخص نیست و نمی‌توان به‌طور دقیق مشخص کرد. نمایش مجموعه‌های گزینه‌های ۲ و ۳ به‌صورت زیر است:

۲) $\{۱, \{۲, ۳\}\}$
۳) $\{۷, ۸, ۹, ...\}$

۳

گزینه ۲

گزینهٔ ۲ : حاصل مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است و چون متمایز است از ۲ بزرگ‌تر است، پس عدد اول نمی‌شود.
گزینهٔ ۱ : $۵ - ۳ = ۲ \Rightarrow \{۲\}$
گزینهٔ ۳ : تمام اعداد اول
گزینهٔ ۴ : تمامی اعداد اول

۴

گزینه ۳

گزینه ۱ : بین $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۵}$ بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.
گزینه ۲ : این مجموعه یک مجموعه تک عضوی است چون عدد ۱۱ خودش اول است و بر ۱۱ نیز بخش‌پذیر است.
گزینه ۳ : مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۴- یک مجموعه تهی است چون بین ۳- و ۴- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.
گزینه ۴ : این مجموعه نیز تهی نیست. مثلاً ۱۷ که عددی اول است و مجموع رقم‌هایش ۸ می‌شود.

۵

گزینه ۱

اگر تک‌عضوی باشد، پس عضوها باهم برابرند.

$$\left.\begin{array}{l} ۲x - ۱ = ۵ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳ \\ y + ۲ = ۵ \Rightarrow y = ۳ \end{array}\right\} x - y = ۰$$

۶

گزینه ۴

باید هر سه عضو باهم برابر باشند:

$$3x - 2 = x + 4 = y$$

$$\begin{cases} 3x - 2 = x + 4 \Rightarrow 3x - x = 2 + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \\ x + 4 = y \xrightarrow{x=3} y = 7 \end{cases} \Rightarrow x + y = 3 + 7 = 10$$

۷

گزینه ۲

$$M = \{a, a+1, a-2, a+3\} \ , \ 5 \in M \ , \ 7 \notin M$$

$$5 \in M \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \Rightarrow M = \{5, 6, 3, 8\} \ \checkmark \\ a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow M = \{4, 5, 2, 7\} \ \times \\ a - 2 = 5 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow M = \{7, 8, 5, 10\} \ \times \\ a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow M = \{2, 3, 0, 5\} \ \checkmark \end{cases}$$

$a = 4$ و $a = 7$ قابل‌قبول نیستند؛ زیرا به ازای آن‌ها $7 \in M$ است. پس:

$a = 2$ یا ۵

۸

گزینه ۱

مضارب یک‌رقمی و طبیعی غیر زوج عدد ۳، اعداد ۳ و ۹ می‌باشد. پس $x + 2$ باید برابر ۳ یا ۹ باشد.

$$\begin{matrix} x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 9 \Rightarrow x = 7 \end{matrix} \Rightarrow \text{مجموع} = 7 + 1 = 8$$

۹

گزینه ۲

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعهٔ n عضوی برابر است با: 2^n

$$\{1, \frac{2}{2}, \frac{9}{3}, 1, -1\} = \{1, 1, 3, 1, -1\} = \{1, 3, -1\}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^3 = 8$$

۱۰

گزینه ۴

عضو تکراری در مجموعه یک‌بار شمرده می‌شود.

$$\sqrt{36} = 6 \ , \ \frac{100}{20} = 5 \ , \ \frac{9}{30} = 0/3 \ , \ \sqrt{25} = 5 \ , \ \frac{12}{2} = 6$$

$$\{\sqrt{36}, \frac{100}{20}, 0/3, -6, \sqrt{25}, \frac{12}{2}, \frac{9}{30}\} = \{6, 5, 0/3, -6\}$$

۱۱

گزینه ۴

$\{2^0, 2^1, 2^2, \cdots, 2^6\}$ توان‌ها از صفر تا ۶ است، پس هفت عضو دارد.

۱۲

گزینه ۴

عضوها را به‌صورت توان‌دار می‌نویسیم:

$$A = \{\frac{1}{2^4} , \frac{1}{2^3} , \frac{1}{2^2} , \cdots , 2^9\}$$

از $\frac{1}{2^4}$ تا $\frac{1}{2}$، ۴ عدد و از 2^1 تا 2^9، ۹ عدد و یک عدد هم خود عدد یک:

$$4 + 9 + 1 = 14$$

۱۳

گزینه ۳

$$\{0 , 1 , 3 , 7 , 15 , \cdots , 255\}$$

$$\{2^0 - 1 , 2^1 - 1 , 2^2 - 1 , 2^3 - 1 , \cdots , 2^8 - 1\}$$

دارای ۹ عضو است.

۱۴

گزینه ۴

کوچک‌ترین عضو مجموعهٔ A به ازای $x = 0$ به دست می‌آید:

$$2x + 1 = 2(0) + 1 = 1$$

اما عضوهای دیگر قابل شمارشی نیستند (زیرا $x \in \mathbb{R} , x \geq 0$)، پس نمی‌توان چهاردهمین عضو آن را به دست آورد.

۱۵

گزینه ۲

A را با اعضا نمایش می‌دهیم:

$$A = \{-\frac{1}{2} , -1 , \frac{5}{2} , -4 , \frac{11}{2} , -7\}$$

که -7، -4 و -1 اعضای صحیح هستند $\Leftarrow$ ۳ عضو

۱۶

گزینه ۲

$$\{2x^2 - x | \underbrace{\frac{x}{2} \in \mathbb{N} , -2 < x < 8}_{x=2,4,6}\} = \{6 , 28 , 66\}$$

۱۷

گزینه ۳

عضوهایی که انتخاب می‌کنیم عضو اعداد طبیعی هستند و ۱۲ بر آن‌ها بخش‌پذیر است. سپس یک واحد از آن‌ها کم می‌کنیم.

$$\{x - 1 | x \in \mathbb{N} , \frac{12}{x} \in \mathbb{N}\} = \{0 , 1 , 2 , 3 , 5 , 11\}$$

$$x \in \{1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 12\}$$

مجموع : $0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 11 = 22$

۱۸ گزینه ۱

ابتدا بررسی می‌کنیم که ۲^x صحیح شود، سپس در $۲^x - x$ قرار می‌دهیم:

$$x = -۱ \ : \ ۲^x = \frac{۱}{۲} \quad \times$$

$$x = ۰ \ : ۲^x = ۱ \ \checkmark \ \Rightarrow \ ۲^x - x = ۱$$

$$x = ۱ \ : ۲^x = ۲ \ \checkmark \ \Rightarrow \ ۲^x - x = ۱$$

$$x = ۲ \ : \ ۲^x = ۴ \ \checkmark \ \Rightarrow \ ۲^x - x = ۲$$

$$x = ۳ \ : \ ۲^x = ۸ \ \checkmark \ \Rightarrow \ ۲^x - x = ۵$$

$$\{۱ , ۱ , ۲ , ۵\} = \{۱ , ۲ , ۵\}$$

پس دارای ۳ عضو است.

۱۹ گزینه ۳

$$\{\frac{x}{۲^x} | x \in \mathbb{N} , x^۲ \leq ۱۶\} = \{\frac{۱}{۲} , \frac{۲}{۴} , \frac{۳}{۸} , \frac{۴}{۱۶}\} = \{\frac{۱}{۲} , \frac{۳}{۸} , \frac{۴}{۱۶}\}$$

۲۰ گزینه ۱

$$۲ < x^۲ < ۷۰ \Rightarrow x = ۲ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۷ , ۸$$

$$\frac{x}{۲} \in \mathbb{N} \Rightarrow x = ۲ , ۴ , ۶ , ۸$$

$$A = \{۲ , ۴ , ۶ , ۸\}$$

دارای چهار عضو می‌باشد.

۲۱ گزینه ۲

$$\{x | \frac{x}{۲} \in \mathbb{N} , \underbrace{۲ < \sqrt{x} < ۴}_{۵ , ۶ , ۷ , \ldots , ۱۵}\} = \{۶ , ۸ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴\}$$

۲۲ گزینه ۳

$$B = \{۲^{۱۰۱} + ۲n | n \in \mathbb{N} , n \leq ۲^{۱۰۰}\}$$

$$B = \{۲^{۱۰۱} + ۲(۱) , ۲^{۱۰۱} + ۲(۲) , \ldots , ۲^{۱۰۱} + ۲(۲^{۱۰۰})\}$$

تعداد اعضای B با تعداد اعضای مجموعهٔ $\{۱ , ۲ , ۳ , \ldots , ۲^{۱۰۰}\}$ برابر است، پس: $n(B) = ۲^{۱۰۰}$.

۲۳ گزینه ۴

$$A = \{x | x \in \mathbb{N} , x < ۵\} = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$$

$$B = \{۲^x | x \in A , x^۲ < ۱۰\} = \{۲^۱ , ۲^۲ , ۲^۳\} = \{۲ , ۴ , ۸\}$$

مجموع : $۲ + ۴ + ۸ = ۱۴$

۲۴ گزینه ۱

$$A=\{۲^x-۱|\underbrace{x\in\mathbb{N}\,,\ ۳<x^۲\leq ۴۰}_{۲\,,\,۳\,,\,۴\,,\,۵\,,\,۶}\}=\{۳\,,\ ۷\,,\ ۱۵\,,\ ۳۱\,,\ ۶۳\}$$

$$B=\{\frac{x}{۲}|\underbrace{x\in A\,,\ \frac{x}{۳}\in\mathbb{N}}_{۳\,,\,۱۵\,,\,۶۳}\}=\{\frac{۳}{۲}\,,\ \frac{۱۵}{۲}\,,\ \frac{۶۳}{۲}\}$$

مجموع : $\frac{۳}{۲}+\frac{۱۵}{۲}+\frac{۶۳}{۲}=\frac{۸۱}{۲}$

۲۵ گزینه ۳

اگر $C=\{x|x=۴n-۱,\ n\in A\}$ باشد، داریم:

$$C=۴\times۱-۱,\ ۴\times۲-۱,\ ۴\times۳-۱,\ ۴\times۴-۱,\ ۴\times۵-۱,\ \ldots,\ ۴\times۳۰-۱$$

$$C=۳, ۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, \ldots, ۱۱۹$$

ازآنجایی‌که قرار است B زیرمجموعهٔ A باشد، اعضای B عضوهایی از C هستند که در A نیز باشند؛ پس داریم:

$B=\{۳, ۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷\}\Rightarrow$ پس B هفت عضو دارد

۲۶ گزینه ۲

$$\frac{(۲^۲)^{a+۱}}{(۲^۳)^{(۲b-۱)}}=\frac{۲^{۲a+۲}}{۲^{۶b-۳}}=۲^{۲a-۶b+۵}=۲^{-۲(۳b-a)+۵}=۲^{-۲\times۲+۵}=۲$$

$$A=\{۲\}$$

۲۷ گزینه ۲

x و y یکی از زوج مقادیر $(۴,۱)$، $(۱,۴)$، $(۲,۲)$، $(-۱,-۴)$، $(-۴,-۱)$ و $(-۲,-۲)$ را می‌توانند اختیار کنند.

$$A=\{x^y\,|x,y\in\mathbb{Z},\ xy=۴\}=\{۱^۴, ۴^۱, ۲^۲, (-۱)^{-۴}, (-۴)^{-۱}, (-۲)^{-۲}\}=\{۱, ۴, ۴, ۱, -\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۴}\}=\{۱, ۴, -\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۴}\}$$

۲۸ گزینه ۲

$$A=\left\{۲^{۳x+y}\,|x,\ y\in\mathbb{Z},\ -۴\leq ۲x\leq ۲,\ xy=۱۲\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}-۴\leq ۲x\leq ۲\Rightarrow -۲\leq x\leq ۱\\ xy=۱۲\end{array}\right\}\Rightarrow (x,y)=\{(۱,۱۲), (-۱,-۱۲), (-۲,-۶)\}$$

$$A=\{۲^{-۱۵}, ۲^{-۱۲}, ۲^{۱۵}\}$$

چون A دارای سه عضو است پس $۲^۳$ زیرمجموعه دارد.

۲۹ گزینه ۴

حالت‌های مختلف برای x و y به‌صورت $(x\ ,\ y)$، به‌صورت زیر است:

$$(۱\ ,\ ۲)\ ,\ (۲\ ,\ ۱)\ ,\ (۱\ ,\ ۳)\ ,\ (۳\ ,\ ۱)\ ,\ (۱\ ,\ ۴)\ ,\ (۴\ ,\ ۱)\ ,\ (۲\ ,\ ۲)\ ,\ (۲\ ,\ ۳)\ ,\ (۳\ ,\ ۲)$$

پس از جایگذاری در $\frac{x}{y}$، فقط جواب‌هایی قابل قبول‌اند که عضو اعداد طبیعی شوند.

$$A = \{\frac{۲}{۱}\ ,\ \frac{۳}{۱}\ ,\ \frac{۴}{۱}\ ,\ \frac{۲}{۲}\}$$

تعداد زیرمجموعه : $۲^{۴} = ۱۶$

۳۰ گزینه ۳

$$\{\frac{x}{y} | \underbrace{x\ ,\ y \in \mathbb{N}\ ,\ x+y \leq ۶\ ,\ xy \geq ۵}_{\substack{(۱,۵),(۵,۱),(۲,۳),(۳,۲)\\(۲,۴),(۴,۲),(۳,۳)}}\} = \{\frac{۱}{۵}\ ,\ \frac{۵}{۱}\ ,\ \frac{۲}{۳}\ ,\ \frac{۳}{۲}\ ,\ \frac{۴}{۲}\ ,\ \frac{۲}{۴}\ ,\ \frac{۳}{۳}\}$$

$$= \{\frac{۱}{۵}\ ,\ ۵\ ,\ \frac{۲}{۳}\ ,\ \frac{۳}{۲}\ ,\ ۲\ ,\ \frac{۱}{۲}\ ,\ ۱\}$$

۳۱ گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l} b = ۱۲ \Rightarrow a = \{۱, ۲, ..., ۱۱\} \Rightarrow \text{داریم } \dfrac{a}{b} \text{ حالت برای } ۱۱ \\ b = ۱۱ \Rightarrow a = \{۱, ۲, ..., ۱۰\} \Rightarrow \text{داریم } \dfrac{a}{b} \text{ حالت برای } ۱۰ \\ \vdots \\ b = ۲ \Rightarrow a = \{۱\} \Rightarrow \text{داریم } \dfrac{a}{b} \text{ حالت برای } ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = ۱۱ + ۱۰ + ... + ۱ = \frac{۱۱ \times \cancel{۱۲}^{\,۶}}{\cancel{۲}_{\,۱}} = ۶۶$$

اما از این کسرها، تعدادی از آن‌ها پس از ساده کردن با هم برابرند. تعداد این کسرها را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۶} = \frac{۴}{۸} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۶}{۱۲} \Rightarrow \text{۵ تا تکراری}$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶} = \frac{۳}{۹} = \frac{۴}{۱۲} \Rightarrow \text{۳ تا تکراری}$$

$$\frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۸} = \frac{۳}{۱۲} \Rightarrow \text{۲ تا تکراری}$$

$$\frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۰} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

$$\frac{۱}{۶} = \frac{۲}{۱۲} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۶}{۹} = \frac{۸}{۱۲} \Rightarrow \text{۳ تا تکراری}$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۴}{۱۰} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸} = \frac{۹}{۱۲} \Rightarrow \text{۲ تا تکراری}$$

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

$$\frac{۵}{۶} = \frac{۱۰}{۱۲} \Rightarrow \text{یکی تکراری}$$

در مجموع ۲۱ کسر تکراری از میان ۶۶ کسر اولیه پیدا شد؛ بنابراین، تعداد اعضای مجموعه برابر است با: $۶۶ - ۲۱ = ۴۵$

۳۲ گزینه ۲

$A = \{۱, ۲, ..., ۹۹\}$

دقت کنید که ابتدا عدد ۱ را انتخاب می‌کنیم، چون هر عدد بین ۱ تا ۹۹ بر آن بخش‌پذیر است. حال برای اینکه مجموعهٔ B، بیشترین تعداد عضو را داشته باشد. اولین عدد صحیح بعد از ۱، یعنی عدد ۲ را انتخاب کرده و برای پیداکردن عدد بعدی، آن را در ۲ ضرب می‌کنیم و این کار را برای اعداد بعدی به همین ترتیب تکرار می‌کنیم. پس:

$$۱ ,\ ۲ \xrightarrow{\times ۲} ۴ \xrightarrow{\times ۲} ۸ \xrightarrow{\times ۲} ۱۶ \xrightarrow{\times ۲} ۳۲ \xrightarrow{\times ۲} ۶۴$$

بنابراین B حداکثر ۷ عضو دارد.

۳۳

گزینه ۲

اعداد در مجموعه C در حال کم شدن هستند پس حتماً به اعداد منفی خواهند رسید پس گزینه ۲ درست است.

۳۴

گزینه ۲

چون اعداد ۳تا ۳تا اضافه می‌شوند پس با $۳x$ شروع می‌شود و اگر بخواهیم از اعداد حسابی که با صفر شروع می‌شود استفاده کنیم باید $۳x + ۲$ باشد.
در واقع:

$$\{۳x + ۲ | x \in \mathbb{W}\}$$

۳۵

گزینه ۳

کافیست اعداد ۱، ۲ و ۳ را در گزینه‌ها جایگذاری کنیم:

$$۱)\ \{\frac{۲(۱)-۱}{۲(۱)}, \frac{۲(۲)-۱}{۲(۲)}, \frac{۲(۳)-۱}{۲(۳)}, \cdots\} = \{\frac{۱}{۲}, \frac{۳}{۴}, \frac{۵}{۶}, \cdots\} \quad \times$$

$$۲)\ \{\frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۴}, \frac{۳}{۸}, \cdots\} \quad \times$$

$$۳)\ \{\frac{۱}{۲}, \frac{۳}{۴}, \frac{۵}{۸}, \cdots\} \quad \checkmark$$

$$۴)\ \{\frac{۳}{۲}, \frac{۴}{۴}, \frac{۵}{۶}, \cdots\} \quad \times$$

۳۶

گزینه ۳

در هر گزینه اعداد ۱ و ۲ را جایگذاری می‌کنیم.

$$۱) n = ۱ \to -۱ \quad , \quad n = ۲ \to \frac{۱}{۴} \quad \times$$

$$۲) n = ۱ \to -۱ \quad , \quad n = ۲ \to -\frac{۱}{۴} \quad \times$$

$$۳) n = ۱ \to -۱ \quad , \quad n = ۲ \to \frac{۱}{۲} \quad \checkmark$$

$$۴) n = ۱ \to ۱ \quad \times$$

۳۷ گزینه ۲

$A = \{۳, -۶, ۹, -۱۲, \dots\}$

$\times ۳$

$۳ \;,\; -۶ \;,\; ۹ \;,\; -۱۲ \;,\; \dots \;,\; (-۱)^{n+۱}(۳n) \quad ; n \in \mathbb{N}$

$\times(-۲)$

$\times(-۴)$

پس گزینهٔ "۲" صحیح است.

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : $\{(-۱)^{n+۱} \times ۳(n+۱) | n \in \mathbb{W}\} = \{-۳, ۶, -۹, \dots\}$

گزینهٔ ۳ : $\{(-۳n)^{n+۱} | n \in \mathbb{W}\} = \{۰, ۹, \dots\}$

گزینهٔ ۴ : $\{۳(-n)^{n+۱} | n \in \mathbb{N}\} = \{۳, -۲۴, \dots\}$

۳۸ گزینه ۴

$A = \{x^۲ + k | x \in \mathbb{Z}, -۳ \le x < k\} \;,\; \{۶, ۹\} \subseteq A$

$-۳ \le x < k \Rightarrow k > -۳ \Rightarrow k \ge -۲$

$k = -۲ \xrightarrow{\{۶,۹\} \subseteq A} x^۲ + k = ۶ \Rightarrow x^۲ - ۲ = ۶ \Rightarrow x^۲ = ۸ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۸} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$

$k = -۱ \xrightarrow{\{۶,۹\} \subseteq A} x^۲ + k = ۶ \Rightarrow x^۲ - ۱ = ۶ \Rightarrow x^۲ = ۷ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۷} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$

$k = ۰ \xrightarrow{\{۶,۹\} \subseteq A} x^۲ + k = ۶ \Rightarrow x^۲ = ۶ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۶} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$

$\vdots$

$$k = ۵ \xrightarrow{\{۶,۹\} \subseteq A} \begin{cases} x^۲ + ۵ = ۶ \Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \pm۱ \Rightarrow x \in \mathbb{Q} \\ x^۲ + ۵ = ۹ \Rightarrow x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm۲ \Rightarrow x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

بنابراین $k = ۵$ می‌شود؛ پس $-۳ \le x < ۵$ و اعضای A عبارت‌اند از:

$A = \{x^۲ + ۵ | x \in \mathbb{Z}, -۳ \le x < ۵\}$

$= \{(-۳)^۲ + ۵, (-۲)^۲ + ۵, (-۱)^۲ + ۵, ۰^۲ + ۵, \dots, (۴)^۲ + ۵\} = \{۱۴, ۹, ۶, ۵, \dots, ۲۱\}$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ۹ و ۶ اعضای A هستند؛ بنابراین $\{۶, ۹\} \subseteq A$ است. حال باید ببینم در کدام گزینه عدد ۵ ساخته می‌شود. با بررسی گزینه‌ها در گزینه (۴) اگر به‌جای x مقدار ۳ قرار دهیم، عدد ۵ ساخته می‌شود.

۳۹ گزینه ۴

عضو $\{۱ , ۲\}$ داخل مجموعه است:

$\{۱ , ۲\} \in A$ ✓

عضوهای ۲ و ۱ داخل مجموعه هستند:

$\{۱ , ۲\} \subseteq A$ ✓

عضو $\varnothing$ داخل مجموعه است:

$\varnothing \in A$ ✓

تهی زیرمجموعهٔ همه مجموعه‌ها است:

$\varnothing \subseteq A$ ✓

عضو $\{۱ , ۲\}$ داخل مجموعه است:

$\{\{۱ , ۲\}\} \subseteq A$ ✓

۴۰ گزینه ۳

$A \in C$: A زیرمجموعهٔ C است، ولی عضو C نیست. ×
$A \subseteq \mathbb{N}$: در مجموعهٔ A، صفر وجود دارد ولی در $\mathbb{N}$ وجود ندارد. ×
$\{-۲ , ۲\} \not\subseteq B$: عضو ۲ این مجموعه در B نیست. ✓
$\varnothing \in B$: تهی زیرمجموعهٔ B است و داخل مجموعهٔ B نیست. ×
$C \subseteq \mathbb{Z}$: تمامی عضوهای مجموعهٔ C در اعداد صحیح وجود دارند. ✓
$۸ \in C$: عضو ۸ در مجموعهٔ C وجود دارد. ✓

۴۱ گزینه ۳

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
گزینه "۱": نادرست است چون ۶ در مجموعهٔ A وجود دارد.
گزینه "۲": نادرست چون عدد ۴ در مجموعهٔ C وجود دارد ولی در B وجود ندارد.
گزینه "۴": از لحاظ نمایش ریاضی نادرست است. یا به‌صورت $۵ \in A$ و یا به‌صورت $\{۵\} \subseteq A$ درست است.

۴۲ گزینه ۳

$$۱)\begin{cases} -۱ \notin A & \times \\ -۱ \in A & \checkmark \end{cases}$$

$$۲)\begin{cases} \{۴ , ۷\} \subseteq B & \times \\ ۷ \notin B & \checkmark \end{cases}$$

$۳)\{۲\} \subseteq B$ ✓

علامت عضویت $(\in)$ با $\{\}$ مجموعه استفاده نمی‌شود.

$۴)\{۲ , -۱\} \in C$ ×

۴۳

گزینه ۲

مجموعهٔ A دارای ۳ عضو است، پس $۲^۳ = ۸$ زیرمجموعه دارد و مجموعهٔ B فقط یک عضو دارد، پس ۲ زیرمجموعه دارد.
بنابراین مجموعهٔ A چهار برابر مجموعهٔ B، زیرمجموعه دارد.

۴۴

گزینه ۳

$A : \{۲\} , \{۱ , ۲\} , \{۱ , ۲ , ۳\} , \{۲ , ۳\}$

دارای ۴ حالت مختلف می‌باشد.

۴۵

گزینه ۲

$\{۱ , ۶\} , \{۳ , ۴\} , \{۲ , ۵\} , \{۱ , ۲ , ۴\}$

۴۶

گزینه ۴

کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضوها به‌صورت زیر خواهد بود:

$(۱ , ۵) , (۲ , ۶) , (۳ , ۷) , (۴ , ۸) , (۵ , ۹) , (۶ , ۱۰)$

پس ۶ حالت وجود دارد که در هر حالت ۳ عضو می‌تواند بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین قرار گیرد که $۲^۳ = ۸$ زیرمجموعه تشکیل می‌دهد.
پس در کل $۶ \times ۸ = ۴۸$ زیرمجموعه با این شرایط خواهیم داشت.

۴۷

گزینه ۱

مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی ۹ عضو دارد؛ پس تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر $۲^۹ = ۵۱۲$ است. برای حل این سؤال بهتر است تعداد زیرمجموعه‌هایی که عضو اول ندارند را بیابیم. زیرمجموعه‌هایی که عضو اول ندارند شامل تمام زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $\{۱, ۴, ۶, ۸, ۹\}$ است که برابر $۲^۵ = ۳۲$ زیرمجموعه است؛ بنابراین پاسخ مسئله برابر $۲^۹ - ۲^۵ = ۵۱۲ - ۳۲ = ۴۸۰$ است.

۴۸

گزینه ۳

مجموعهٔ ۵ عضوی را $\{a , b , c , d , e\}$ در نظر می‌گیریم. حال زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن را می‌نویسیم:

$\{a , b\} , \{a , c\} , \{a , d\} , \{a , e\} , \{b , c\} , \{b , d\}$
$, \{b , e\} , \{c , d\} , \{c , e\} , \{d , e\}$

بنابراین ۱۰ زیرمجموعهٔ ۲ عضوی دارد.

۴۹

گزینه ۴

اعداد طبیعی بین ۲- و ۴، شامل ۱، ۲ و ۳ می‌شود که زیرمجموعه‌های دوعضوی آن: $\{۱ , ۲\} , \{۱ , ۳\} , \{۲ , ۳\}$ است. پس سه زیرمجموعهٔ دوعضوی دارد.

۵۰ گزینه ۳

$$A = \{\frac{۱}{۱}, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۴}, \frac{۲}{۱}, \frac{۲}{۲}, \frac{۲}{۳}, \frac{۳}{۱}, \frac{۳}{۲}, \frac{۴}{۱}\}$$

عضوهای تکراری را حذف می‌کنیم.

$$A = \{۱, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۴}, ۲, \frac{۲}{۳}, ۳, \frac{۳}{۲}, ۴\}$$

دارای ۹ عضو است، پس دارای ۹ زیرمجموعهٔ تک عضوی می‌باشد.

۵۱ گزینه ۲

$$\{x^۲ - ۱ | \underbrace{x \in \mathbb{N}, ۵ < x^۳ \leq ۲۱۶}_{۲, ۳, ۴, ۵, ۶}\} = \{۳, ۸, ۱۵, ۲۴, ۳۵\}$$

برای زیرمجموعهٔ سه عضوی، سه جایگاه داریم که یکی از جایگاه‌ها برای عدد اول ۳ می‌باشد و دو جایگاه دیگر برای چهار عدد دیگر است که ۶ حالت مختلف ایجاد می‌کند.

۵۲ گزینه ۴

ابتدا همهٔ زیرمجموعه‌های A را می‌نویسیم:

$$\{\}, \{۱\}, \{۲\}, \{۳\}, \{۴\}, \{۱, ۲\}, \{۱, ۳\}, \{۱, ۴\}, \{۲, ۳\}$$
$$, \{۲, ۴\}, \{۳, ۴\}, \{۱, ۲, ۳\}, \{۱, ۲, ۴\}, \{۲, ۳, ۴\}, \{۱, ۳, ۴\}, A$$

هر زیرمجموعهٔ تک‌عضوی که برداریم، فقط با یکی از سه‌عضوی‌ها، برابر A می‌شود.
پس یا تک‌عضوی باید انتخاب شود یا سه‌عضوی: ۴ مجموعه
از مجموعهٔ تهی و A هم یکی انتخاب می‌شود (فقط تهی): ۱ مجموعه
مجموعه‌های دوعضوی هم دوبه‌دو تشکیل A می‌دهند. پس از ۶ زیرمجموعهٔ دوعضوی، ۳تا انتخاب می‌شود. پس در کل حداکثر می‌توانیم $۴ + ۱ + ۳ = ۸$ زیرمجموعه با شرایط گفته‌شده انتخاب کنیم.

۵۳ گزینه ۳

$$A = \{۲^۱ - ۵, ۲^۲ - ۵, \ldots, ۲^۵ - ۵\} = \{-۳, -۱, ۳, ۱۱, ۲۷\}$$

اگر تمام زیرمجموعه‌های چهارعضوی را بنویسیم، هر عضو ۴ بار تکرار می‌شود مانند:

$$\{\underline{-۳}, -۱, ۳, ۱۱\}, \{\underline{-۳}, -۱, ۳, ۲۷\}, \{\underline{-۳}, ۳, ۱۱, ۲۷\}, \{\underline{-۳}, -۱, ۱۱, ۲۷\}$$

پس مجموع همه اعضا را در ۴ ضرب می‌کنیم:

$$(-۳) + (-۱) + ۳ + ۱۱ + ۲۷ = ۳۷ \Rightarrow ۳۷ \times ۴ = ۱۴۸$$

۵۴ گزینه ۲

ابتدا عدد ۴۵ را به عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم و سپس سه عددی که حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۴۵ می‌شود را پیدا می‌کنیم.

$$۴۵ = ۳^۲ \times ۵ \Rightarrow A_۱ = \{۱, ۳, ۱۵\} \quad ; \quad A_۲ = \{۱, ۵, ۹\}$$

سایر زیرمجموعه‌ها مانند $\{۳, ۳, ۵\}$ اعضای تکراری دارند و سه عضوی حساب نمی‌شوند.

۵۵ گزینه ۳

با سه عدد اول می‌توان سه مجموعهٔ دوعضوی ساخت که هر دو عضو آن اول باشد، مثلاً با سه عدد ۵ , ۳ , ۲ می‌توان مجموعه‌های $\{۲ , ۳\}$ و $\{۲ , ۵\}$ و $\{۳ , ۵\}$ را ساخت که ویژگی موردنظر سؤال را دارد. همچنین می‌دانیم یک مجموعهٔ ۴عضوی، ۱۶ زیرمجموعه دارد که $\varnothing$ را نیز شامل می‌شود. پس به‌طور مثال با داشتن ۴ عدد غیر اول؛ مثلاً ۱۰ , ۸ , ۶ , ۴، می‌توان این ۱۵ زیرمجموعهٔ ناتهی را تولید کرد. پس $n(A)$ برابر با $۷ = ۴ + ۳$ می‌شود.

تذکر: اعضای اول و غیراول را جدا در نظر گرفتیم چون در صورت سوال زیرمجموعه‌ها را جدا در نظر گرفته است.

۵۶ گزینه ۲

$$A = \{\frac{\sqrt{۹}}{۳} , -۱ , \frac{۲^۲}{۲} , ۱\} = \{۱ , -۱ , ۲ , ۱\} = \{۱ , -۱ , ۲\}$$

مجموعه A سه عضو یعنی ۸ زیرمجموعه دارد اگر یک عضو اضافه شود تعداد زیرمجموعه‌ها $۱۶ = ۲^۴$ می‌شود، یعنی ۸ زیرمجموعه اضافه می‌شود.

۵۷ گزینه ۴

چون $۲^۴ = ۱۶$ زیرمجموعه دارد، پس ۴ عضوی است که دوتا عضو اضافه کنیم ۶ عضوی می‌شود یعنی $۶۴ = ۲^۶$ زیرمجموعه دارد.

$$۶۴ - ۱۶ = ۴۸$$

۴۸ زیرمجموعه بیشتر می‌شود.

۵۸ گزینه ۴

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعهٔ nعضوی برابر است با: ۲^n

$$۲^{k+۴} \div ۲^{k-۲} = ۲^{(k+۴)-(k-۲)} = ۲^{۴+۲} = ۲^۶ = ۶۴$$

۵۹ گزینه ۴

$$\frac{۲^{۳k+۱}}{۲^{۲k+۳}} = ۸ \Rightarrow ۲^{۳k+۱-۲k-۳} = ۲^۳ \Rightarrow k - ۲ = ۳ \Rightarrow k = ۵$$

مجموعهٔ اول $۳k + ۱$ یعنی ۱۶ عضو دارد.

۶۰ گزینه ۳

$$۲^{k+۲} + ۲^{k-۱} = ۱۴۴ \Rightarrow ۲^k(۲^۲ + ۲^{-۱}) = ۱۴۴ \Rightarrow ۲^k \times \frac{۹}{۲} = ۱۴۴ \Rightarrow ۲^k = ۱۴۴ \times \frac{۲}{۹} \Rightarrow ۲^k = ۳۲ \Rightarrow k = ۵$$

$$\left.\begin{array}{l} k + ۲ = ۷ \\ k - ۱ = ۴ \end{array}\right\} \Rightarrow ۷ + ۴ = ۱۱$$

۶۱

گزینه ۳

تعداد عضوهای مجموعهٔ اولیه را x و تعداد زیرمجموعه‌های آن را با ۲^x نمایش می‌دهیم:

$$۲^{x+۳} = ۲^x + ۲۲۴ \Rightarrow ۲^{x+۳} - ۲^x = ۲۲۴$$

$$\Rightarrow \quad ۲^x(۲^۳ - ۱) = ۲۲۴ \quad \Rightarrow \quad ۲^x \times ۷ = ۲۲۴$$

$$\Rightarrow ۲^x = ۳۲ \quad \Rightarrow \quad x = ۵$$

پس مجموعهٔ اولیه ۵ و مجموعهٔ اضافه‌شده ۸ عضو دارند که روی هم ۱۳ عضو دارند.

۶۲

گزینه ۱

$$۲^{k+۵} = ۷۶۸ + ۲^{k+۳}$$

$$\Rightarrow ۲^۵ \times ۲^k - ۲^۳ \times ۲^k = ۷۶۸ \Rightarrow (۳۲ - ۸)۲^k = ۷۶۸$$

$$\Rightarrow ۲^k = \frac{۷۶۸}{۲۴} = ۳۲ = ۲^۵ \Rightarrow k = ۵$$

۶۳

گزینه ۱

$$\frac{۲^{k+۳} - ۲^{k-۲}}{۲^{k+۱}} = \frac{۲^k(۸ - \frac{۱}{۴})}{۲^k \times ۲} = \frac{\frac{۳۱}{۴}}{۲} = \frac{۳۱}{۸}$$

۶۴

گزینه ۴

حالات مختلف A:

$\{۲ , ۳\}$

$\{۲ , ۳ , ۴\}$

$\{۱ , ۲ , ۳\}$

$\{۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$

پس دارای ۴ حالت است.

۶۵

گزینه ۲

مجموعهٔ C حتماً باید از عضوهای A استفاده کند ولی همهٔ عضوهای آن داخل B نباشد.

$$C = \{۱\} , \{۲\} , \{۱ , ۲\} , \{۱ , ۳\} , \{۱ , ۴\} , \{۲ , ۳\} , \{۲ , ۴\} , \{۱ , ۳ , ۴\}$$
$$, \{۱ , ۲ , ۳\} , \{۱ , ۲ , ۴\} , \{۲ , ۳ , ۴\} , \{۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$$

۱۲ حالت می‌تواند داشته باشد.

در حالت کلی از تمامی زیرمجموعه‌های A که ۱۶تا است استفاده می‌کند به غیر از:

$$\varnothing , \{۳\} , \{۴\} , \{۳ , ۴\}$$

۶۶ گزینه ۲

تمام زیرمجموعه‌هایی از A که فقط اعضای ۱، ۳ و ۵ را داشته باشند زیرمجموعه‌های مجموعه B نیز خواهند بود. که با این تعداد عضو (سه عضو: ۱، ۳ و ۵) ۸ زیرمجموعه می‌توان نوشت.

۶۷ گزینه ۳

ابتدا همهٔ عضوها را ساده کرده و به‌صورت کسری نمایش می‌دهیم.

$$\{-\frac{۱}{۲}, ۱, \square, -\frac{۱}{۴}\} \Rightarrow \square = \frac{۱}{۲}$$

$$\{۱, \square, -\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}\} \Rightarrow \square = -\frac{۱}{۴}$$

$$\text{اختلاف}: \frac{۱}{۲} - (-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

۶۸ گزینه ۳

$$N = \{۲^۵ = ۳۲, (-۳)^۲ \times ۵ = ۹ \times ۵ = ۴۵, ۳x, ۳^۳ - ۷ = ۲۷ - ۷ = ۲۰\}$$
$$\Rightarrow N = \{۳۲, ۴۵, ۲۰, ۳x\} = M = \{-۱, ۲۰, ۴۵, ۳۲\}$$
$$\Rightarrow ۳x = -۱ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳}$$

۶۹ گزینه ۱

$$\{\frac{-۱۶}{۴}, ۲x-۱, -۴, \frac{۹}{۳}\} = \{-۴, ۲x-۱, -۴, ۳\} = \{-۴, ۳, ۲x-۱\}$$

$$\{۳, y+۱, \frac{-۱۲}{۴}\} = \{۳, y+۱, -۳\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۱ = -۳ \Rightarrow x = -۱ \\ y+۱ = -۴ \Rightarrow y = -۵ \end{cases} \Rightarrow x+y = -۶$$

۷۰ گزینه ۳

ابتدا عضوها را به‌صورت ساده می‌نویسیم، پس عضوهای یکسان را کنار می‌گذاریم.

$$\begin{matrix} \{-\frac{۲}{۵}, ۳, x, ۲/۵\} \\ \{۳, y, -\frac{۲}{۵}, -\frac{۳}{۲}\} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{۳}{۲} \\ y = ۲/۵ = \frac{۵}{۲} \end{cases}$$

$$x - y = -\frac{۳}{۲} - \frac{۵}{۲} = -\frac{۸}{۲} = -۴$$

۷۱ گزینه ۴

دو مجموعهٔ A و B زمانی باهم برابرند که هر عضو A عضوی از B و هر عضو B عضوی از A باشد، بنابراین داریم:

$$۵+y=۶\Rightarrow y=۱$$

$$\Rightarrow \{۲\,,۶\,,-۴\}=\{۶\,,۲x\,,۲\}\Rightarrow ۲x=-۴\Rightarrow x=-۲$$

$$\Rightarrow x+y=۱-۲=-۱$$

۷۲ گزینه ۲

برای اینکه دو مجموعه برابر باشند، باید تعداد اعضای آن‌ها برابر باشد، پس در مجموعهٔ $\{y,۸,z\}$ دو عضو برابر وجود دارند. برای اینکه عبارت $x+y-z$ بیشترین مقدار باشد باید $z=۳$ و $x=y=۸$ باشند.

$$\text{حاصل عبارت}=۸+۸-۳=۱۳$$

۷۳ گزینه ۴

حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم.

حالت اول : $\begin{cases}۲-a=۳\Rightarrow a=-۱\\ a-۴=۳\Rightarrow a=۷\end{cases}$ غیرممکن

حالت دوم : $\begin{cases}۲-a=-۲\Rightarrow a=۴\\ a-۴=۲b+۱\end{cases}$ درست

حالت سوم : $\begin{cases}۲-a=a-۴\Rightarrow a=۳\\ ۲b+۱=-۲\end{cases}$ درست

بیشترین مقدار a، ۴ است.

۷۴ گزینه ۲

وقتی دو مجموعه برابرند که تعداد عضوها برابر و عضوها کاملاً مثل هم و برابر باشند، پس داریم:

$$۳-y=۴\quad\Rightarrow\quad -y=۱\quad\Rightarrow\quad y=-۱$$

$$۳x+۱=۴\quad\Rightarrow\quad ۳x=۳\quad\Rightarrow\quad x=۱$$

$$x-y=۱-(-۱)=۲$$

۷۵ گزینه ۲

یک مجموعه دو عضوی و مجموعهٔ دیگر تک عضوی است، پس در مجموعهٔ دو عضوی باید دو عضو برابر باشند:

$$۳x-۲=x+۳\Rightarrow ۲x=۵\Rightarrow x=\frac{۵}{۲}$$

$$\{۳(\frac{۵}{۲})-۲\,,\,\frac{۵}{۲}+۳\}=\{۵/۵\,,\,۵/۵\}=\{۵/۵\}$$

$$\{۵/۵\}=\{۳a-۱\}\Rightarrow ۳a-۱=\frac{۱۱}{۲}\Rightarrow ۳a=\frac{۱۳}{۲}\Rightarrow a=\frac{۱۳}{۶}$$

۷۶ گزینه ۳

تعداد عضوهای دو مجموعه باید برابر باشند، پس عضوهای مجموعهٔ اول با هم برابرند:

$$۳x - ۱ = x + ۵ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳$$

$$x + ۵ = ۴y \xrightarrow{x=۳} ۸ = ۴y \Rightarrow y = ۲$$

$$۲z + ۴ = ۸ \Rightarrow ۲z = ۴ \Rightarrow z = ۲$$

$$x - ۲y + z = ۳ - ۲(۲) + ۲ = ۱$$

۷۷ گزینه ۴

دارای دو حالت است:

$$۱: \begin{cases} ۲x - ۱ = ۳ \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \\ x + ۲y = -۵ \Rightarrow ۲ + ۲y = -۵ \Rightarrow ۲y = -۷ \Rightarrow y = -\frac{۷}{۲} \end{cases}$$

$$x - y = ۲ - (-\frac{۷}{۲}) = ۲ + \frac{۷}{۲} = \frac{۱۱}{۲}$$

$$۲: \begin{cases} ۲x - ۱ = -۵ \Rightarrow ۲x = -۴ \Rightarrow x = -۲ \\ x + ۲y = ۳ \Rightarrow -۲ + ۲y = ۳ \Rightarrow ۲y = ۵ \Rightarrow y = \frac{۵}{۲} \end{cases}$$

$$x - y = -۲ - \frac{۵}{۲} = -\frac{۹}{۲}$$

که $-\frac{۹}{۲}$ در گزینه‌ها می‌باشد.

۷۸ گزینه ۳

$$A = \{x^۲ - ۱ | \frac{x}{۲} \in \mathbb{N}, -۳ < x < ۷\} = \{۲^۲ - ۱, ۴^۲ - ۱, ۶^۲ - ۱\} = \{۳, ۱۵, ۳۵\}$$

$$\{۳, ۱۵, ۳۵\} = \{۳۵, ۲y - ۱, ۳\}$$
$$\Rightarrow ۲y - ۱ = ۱۵ \Rightarrow y = ۸$$

۷۹ گزینه ۴

$$A - C = \{۱, ۲, ۳, ۵, ۶\}$$

$$B \cap C = \{۴, ۸\}$$

$$(A - C) \cup (B \cap C) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۸\}$$
$$\Rightarrow ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۸ = ۲۹$$

۸۰ گزینه ۳

گزینهٔ ۳ نادرست است، زیرا $A \cap B = \{۱\}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲ و ۳:

$$A \cap C = C = \{۱, \{۱\}\} \Rightarrow n(A \cap C) = ۲ \ , \ C \subseteq A$$

گزینهٔ ۴:

$$B - C = \{۲\} \Rightarrow (B - C) \cap A = \varnothing$$

۸۱ گزینه ۱

$$\begin{cases} B - A = \{۳ , ۴ , ۵\} \\ A - B = \{-۴ , -۳\} \end{cases} \xrightarrow{\cup} \{-۴ , -۳ , ۳ , ۴ , ۵\}$$

$$\{-۴ , -۳ , ۳ , ۴ , ۵\} - \mathbb{N} = \{-۴ , -۳\}$$

۸۲ گزینه ۲

$$A - B = \{۱ , ۵\} \ \ (I)$$

$$\begin{cases} C = \{۳ , ۴ , ۹ , ۱\} \\ A \cup B = \{۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹\} \end{cases} \xrightarrow{C-(A\cup B)} \{۴\} \ \ (II)$$

$$(I) \cup (II) = \{۱ , ۴ , ۵\}$$

$$\text{مجموع} : ۱ + ۴ + ۵ = ۱۰$$

۸۳ گزینه ۴

$$A = \{۲ , ۳ , ۵ , ۷\}$$

$$B = \{۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹\}$$

$$C = \{۲ , ۴ , ۶ , ۸\}$$

۱) $B - A = \{۱ , ۹\}$

۲) $A \cap C = \{۲\}$

۳) $B \cap C = \{\}$

۴) $C - B = \{۲ , ۴ , ۶ , ۸\}$

بنابراین گزینهٔ "۴" بیشترین عضو را دارد.

۸۴

گزینه ۴

$$A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۱۲\}$$

$$B = \{۴ , ۸ , ۱۲ , ۱۶ , ...\}$$

$$C = \{۱ , ۴ , ۷ , ۱۲\}$$

$$\begin{matrix} A - B = \{۱ , ۲ , ۳ , ۶\} \\ A - C = \{۲ , ۳ , ۶\} \end{matrix} \xrightarrow{\cup} \{۱ , ۲ , ۳ , ۶\}$$

دارای ۴ عضو است.

۸۵

گزینه ۲

هرکدام از مجموعه‌ها را با اعضا نمایش می‌دهیم:

$$A = \{۴x + ۲ | ۱ \le x \le ۱۰ , x \in N\} = \{۶ , ۱۰ , ۱۴ , ۱۸ , ۲۲ , ۲۶ , ۳۰ , ۳۴ , ۳۸ , ۴۲\}$$
$$B = \{۳x - ۱ | ۱ \le x \le ۱۰ , x \in N\} = \{۲ , ۵ , ۸ , ۱۱ , ۱۴ , ۱۷ , ۲۰ , ۲۳ , ۲۶ , ۲۹\}$$

تنها عددهای ۲۶ و ۱۴ مشترک هستند، که آن‌ها را حذف می‌کنیم:

$$A - B = \{۶ , ۱۰ , ۱۸ , ۲۲ , ۳۰ , ۳۴ , ۳۸ , ۴۲\}$$

۸۶

گزینه ۳

$$A = \{(-۱)^۳ + ۱, (۰)^۳ + ۱, (۱)^۳ + ۱\} = \{۰, ۱, ۲\}$$
$$B = \{\frac{۰ - ۱}{۰ + ۱}, \frac{۱ - ۱}{۱ + ۱}, \frac{۲ - ۱}{۲ + ۱}, \frac{۳ - ۱}{۳ + ۱}, ...\} = \{-۱, ۰, \frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۴}, ...\}$$
$$A \cap B = \{۰\}$$

زیرمجموعه‌های $A \cap B$ شامل تهی و خود $A \cap B$ است، پس دو زیرمجموعه دارد.

۸۷

گزینه ۱

$$A = \{-۲ , -۱ , ۰ , ۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$$

و مجموعهٔ B، قرینهٔ عضوهای A را دارا است.

$$B = \{-۴ , -۳ , -۲ , -۱ , ۰ , ۱ , ۲\}$$

$$A \cap B = \{-۲ , -۱ , ۰ , ۱ , ۲\}$$

مجموع عضوها $= ۰$

۸۸

گزینه ۱

$$A = \{x | x \in \mathbb{Z} , x^۲ = ۴\} = \{۲ , -۲\}$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{N} , x = ۵ \text{ یا } x \le ۲\} = \{۱ , ۲ , ۵\}$$

$$A \cup B = \{۱ , ۲ , -۲ , ۵\}$$

۸۹ گزینه ۲

$$A = \{\frac{x}{۲} \in \mathbb{Z} | x \in \mathbb{Z}\ ,\ \underbrace{۲ < x^۲ < ۲۰}_{x=\{\pm ۲\ ,\ \pm ۳\ ,\ \pm ۴\}}\} = \{-۱\ ,\ +۱\ ,\ +۲\ ,\ -۲\}$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{Z}\ ,\ \frac{۶}{x} \in \mathbb{Z}\} = \{-۶\ ,\ -۳\ ,\ -۲\ ,\ -۱\ ,\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ ۳\ ,\ ۶\}$$

$$A \cap B = \{۲\ ,\ -۲\ ,\ ۱\ ,\ -۱\} \quad \Rightarrow \quad n(A \cap B) = ۴$$

۹۰ گزینه ۴

$$A = \{۱, \sqrt{۲}, \sqrt{۳}, \underbrace{\sqrt{۴}}_{۲}, \sqrt{۵}, \sqrt{۶}, \sqrt{۷}, \sqrt{۸}, \underbrace{\sqrt{۹}}_{۳}, \sqrt{۱۰}, \sqrt{۱۱}, \sqrt{۱۲}, \sqrt{۱۳}, \sqrt{۱۴}, \sqrt{۱۵}, \underbrace{\sqrt{۱۶}}_{۴}$$

$$, -۱, -\sqrt{۲}, -۲, -\sqrt{۳}, -۳, -\sqrt{۴}, -۴, \ldots\}$$

$B = \{۱, ۴, ۹, ۱۶\} \Rightarrow A \cap B = \{۱, ۴\} \Rightarrow ۲^۲ = ۴$ تعداد زیرمجموعه‌ها

تذکر: چون تعداد اعضای A زیاد است، می‌توان اعضای B را تست کرد که عضو A هستند یا نه. با این روش دیگر نیازی به نوشتن همهٔ اعضای A نیست.

۹۱ گزینه ۲

$$A = \{x^۲ - ۱ | x \in \mathbb{Z}\ ,\ -۱ \leq x \leq ۱\}$$

$$\begin{cases} x^۲ - ۱ \xrightarrow{x=-۱} (-۱)^۲ - ۱ = ۱ - ۱ = ۰ \\ x^۲ - ۱ \xrightarrow{x=۰} ۰^۲ - ۱ = -۱ \\ x^۲ - ۱ \xrightarrow{x=۱} ۱^۲ - ۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow A = \{۰\ ,\ -۱\}$$

عدد صفر عضو تکراری است.

$$B = \{\frac{\sqrt{x} + ۲}{۲} | x \in \mathbb{Z}\ ,\ -۳ < x < ۲\}$$

نکته: عددهای ۲- و ۱- را نمی‌توانیم زیر رادیکال بگذاریم، چون جذر عددهای منفی تعریف نمی‌شود، پس فقط به‌جای x می‌توانیم صفر و یک بگذاریم.

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x} + ۲}{۲} \xrightarrow{x=۰} \frac{\sqrt{۰} + ۲}{۲} = ۱ \\ \frac{\sqrt{x} + ۲}{۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{\sqrt{۱} + ۲}{۲} = \frac{۱ + ۲}{۲} = \frac{۳}{۲} \end{cases} \Rightarrow B = \{۱\ ,\ \frac{۳}{۲}\}$$

$$A \cup B = \{-۱\ ,\ ۰\ ,\ ۱\ ,\ \frac{۳}{۲}\}$$

۹۲ گزینه ۱

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}\ ,\ \sqrt{x} < ۳\} = \{۱\ ,\ ۲\ ,\ ۳\ ,\ ۴\ ,\ ۵\ ,\ ۶\ ,\ ۷\ ,\ ۸\}$$

$$B = \{۲x | \underbrace{x \in \mathbb{N}\ ,\ x^۲ < ۳۰}_{۱, ۲, ۳, ۴, ۵}\} = \{۲\ ,\ ۴\ ,\ ۶\ ,\ ۸\ ,\ ۱۰\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{۲\ ,\ ۴\ ,\ ۶\ ,\ ۸\}$$

۴ عضو دارد.

۹۳ گزینه ۲

$$A=\{x|\sqrt{x}\in\mathbb{N}\,,\ \sqrt{x}<۵\}=\{۱\,,\ ۴\,,\ ۹\,,\ ۱۶\}$$

$$B=\{x|x\in\mathbb{N}\,,\ x^{۲}<۲۵\}=\{۱\,,\ ۲\,,\ ۳\,,\ ۴\}$$

$$\begin{array}{l}A-B=\{۹\,,\ ۱۶\}\\ B-A=\{۲\,,\ ۳\}\end{array}\xrightarrow{\text{اجتماع}}\{۲\,,\ ۳\,,\ ۹\,,\ ۱۶\}$$

۹۴ گزینه ۴

$$A=\{۱\,,\ ۲\,,\ ۳\,,\ ۴\}\ ,\quad B=\{۱\,,\ ۴\,,\ ۹\}$$

$$C=\{۲\,,\ ۳\,,\ ۵\,,\ ۷\}$$

$$\begin{array}{l}A-C=\{۱\,,\ ۴\}\\ A\cap B=\{۱\,,\ ۴\}\end{array}\Rightarrow(A-C)\cup(A\cap B)=\{۱\,,\ ۴\}$$

۹۵ گزینه ۴

$$۱)\ \mathbb{W}-(\overset{\{۰\}}{\cancel{\mathbb{W}-\mathbb{N}}})=\mathbb{N}$$

$$۲)\ \mathbb{W}-\{۰\}=\mathbb{N}$$

$$۳)\ \mathbb{Z}-\{۰\,,\ -۱\,,\ -۲\,,\ \cdots\}=\{۱\,,\ ۲\,,\ \cdots\}=\mathbb{N}$$

$$۴)\ \mathbb{W}\cap\mathbb{Z}=\mathbb{W}$$

۹۶ گزینه ۳

$$\begin{array}{l}\mathbb{Z}-\mathbb{N}=\{۰\,,\ -۱\,,\ -۲\,,\ \cdots\}\\ \mathbb{Z}-\mathbb{W}=\{-۱\,,\ -۲\,,\ \cdots\}\end{array}\xrightarrow{\text{تفاضل}}\{۰\}$$

۹۷ گزینه ۳

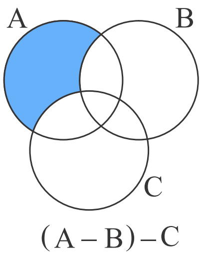
گزینهٔ ۱ : $\mathbb{W}-\mathbb{N}=\{۰\}\neq\{\ \}\quad\times$

گزینهٔ ۲ : $(\underbrace{\mathbb{N}\cap\mathbb{W}}_{\mathbb{N}})\cap\mathbb{Z}=\mathbb{N}\neq\mathbb{Z}\quad\times$

گزینهٔ ۳ : $(\overbrace{E\cap\mathbb{Q}}^{E})\cap\mathbb{N}=E=E\quad\checkmark$

گزینهٔ ۴ : $(E-O)=E\neq\varnothing\quad\times$

۹۸ گزینه ۳



۹۹ گزینه ۱

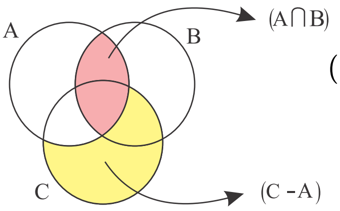
باتوجه‌به شکل قسمت هاشورخورده برابر است با: $(A \cap C) - B$

۱۰۰ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار وِن، قسمت هاشورخورده برابر بخشی از $B \cup C$ است که با A مشترک است.

۱۰۱ گزینه ۲

باتوجه‌به نمودار ون قسمت رنگی برابر است با:



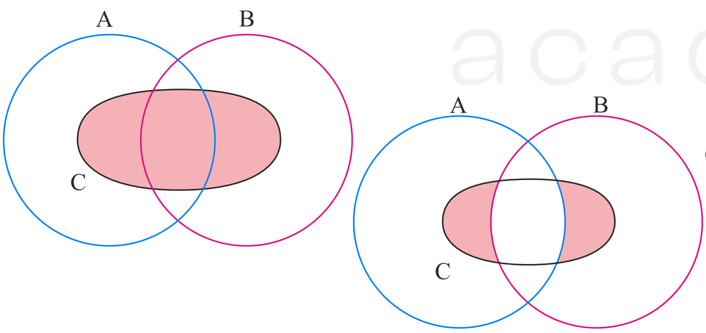
$(A \cap B) \cup (C - A)$

۱۰۲ گزینه ۳

در چنین مسائلی قسمت هاشورخورده را با عبارت‌های مختلفی می‌توان بیان نمود؛ بنابراین باید در بین گزینه‌ها به دنبال جواب باشیم. چیزی که روشن است، قسمت هاشورخورده بخشی از اشتراک مجموعهٔ A و C است. اگر کمی دقت کنید متوجه می‌شوید که اگر از $A \cap C$ بخش مشترک در هر سه مجموعه $(A \cap B \cap C)$ یا بخش مشترک بین C و B ($B \cap C$) را حذف کنیم، قسمت هاشورخورده به دست می‌آید؛ پس قسمت هاشورخورده را می‌توان به‌صورت $(A \cap C) - (C \cap B)$ نوشت.

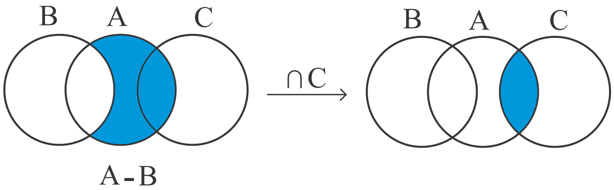
۱۰۳ گزینه ۳

قسمت C کامل رنگ شده و اگر قسمت وسط که $A \cap B$ نیز در آن می‌باشد را حذف کنیم، داریم:

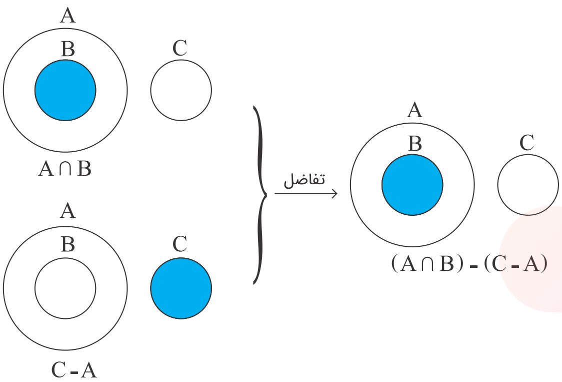


$C - (A \cap B)$

۱۰۴ گزینه ۳

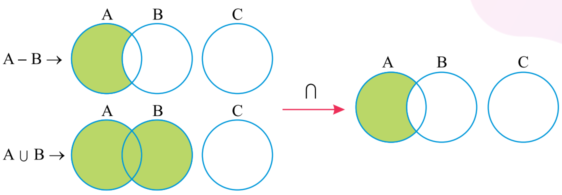


۱۰۵ گزینه ۲

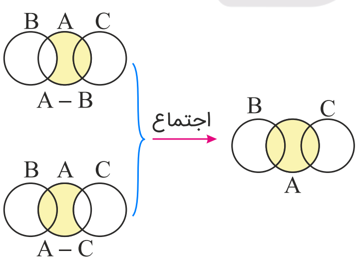


۱۰۶ گزینه ۲

تفاضل این قسمت با C همین قسمت یعنی $A - B$ می‌شود.

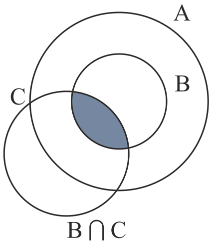


۱۰۷ گزینه ۴



۱۰۸ گزینه ۳

فقط اشتراک B و C، زیرمجموعه A می‌شود.



۱۰۹ گزینه ۲

گزینهٔ ۱ : $C \subset (A - B)$
گزینهٔ ۳ : $A \cap B \neq \varnothing$
گزینهٔ ۴ : $A \cap B \neq \varnothing$
پس فقط گزینهٔ "۲" شرایط را دارد.

۱۱۰ گزینه ۴

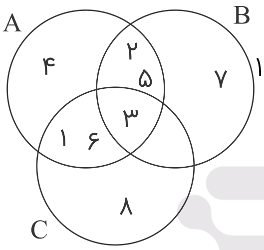
ابتدا توجه کنید A, D نمی‌توانند $\varnothing$ باشند، چون هرکدام با یک مجموعهٔ دیگر اشتراک دارد. همچنین هیچ‌کدام نمی‌توانند $\{۱, ۲, ۳\}$ باشند. ازآنجاکه فقط با یک مجموعه اشتراک دارند، پس ۶ حالت باقی می‌ماند که عبارت است از:

$\{۱\}\ \{۲\}\ \{۳\}\ \{۱, ۲\}\ \{۱, ۳\}\ \{۲, ۳\}$

پس امکان ندارد این ۵ مجموعه متفاوت باشند.

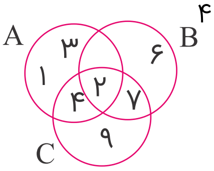
۱۱۱ گزینه ۴

اعداد را در نمودار جایگذاری می‌کنیم.
پس در قسمت رنگی عضوهای ۱، ۶ و ۷ است.



$۱ + ۶ + ۷ = ۱۴$

۱۱۲ گزینه ۳



$۴ + ۷ = ۱۱$

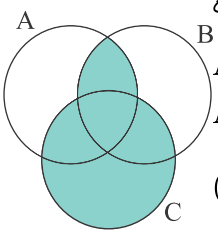
۱۱۳ گزینه ۲

$A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۱۲\}$
$B = \{۱ , ۲ , ۳ , ۶ , ۹ , ۱۸\}$
$C = \{۱ , ۲ , ۴ , ۷ , ۱۴ , ۲۸\}$

قسمت‌های رنگی اشتراک A و C است منهای B:

$A \cap C = \{۱ , ۲ , ۴\} \Rightarrow \{۱ , ۲ , ۴\} - B = \{۴\}$

۱۱۴ گزینه ۲



$(A \cap B) \cup C =$ ناحیهٔ هاشورخورده

$A = \{۱, ۴, ۹, ۱۶\}\ ,\ \ B = \{۱, \sqrt{۲}, \sqrt{۳}, \sqrt{۴}, \sqrt{۵}, \sqrt{۶}, ..., \sqrt{۹۹}\}$

$A \cap B = \{۱, ۴, ۹\}\ ,\ \ C = \{\sqrt{۶}, \sqrt{۷}, ..., \sqrt{۱۶}\}$

$(A \cap B) \cup C = \{۱, ۴, ۹, \sqrt{۶}, \sqrt{۷}, \sqrt{۸}, \sqrt{۹}, ..., \sqrt{۱۵}\} \Rightarrow n((A \cap B) \cup C) = ۱۳$

۱۱۵ گزینه ۲

$$\begin{cases} C - A = \{۹\ ,\ ۱۰\ ,\ ۱۱\} \Rightarrow n(C - A) = ۳ \\ B - A = \{۹\ ,\ ۱۰\ ,\ ۷\ ,\ ۸\} \Rightarrow n(B - A) = ۴ \end{cases} \Rightarrow ۴ + ۳ = ۷$$

۱۱۶ گزینه ۱

$A \cup B = \{۵\ ,۱,\ ۴\ ,\ ۱۴\ ,\ ۳\ ,\ ۷\ ,\ ۹,\ ۰\ ,\ ۱۲\ ,\ ۶\ ,\ ۱۵\} \xrightarrow{-C} \{۵\ ,\ ۱,\ ۱۴\ ,\ ۷\ ,\ ۱۲\ ,\ ۶\ ,\ ۴\}$

$n((A \cup B) - C) = ۷$

$A - B = \{۵\ ,\ ۱,\ ۴\ ,\ ۱۴\ ,\ ۳\} \Rightarrow n(A - B) = ۵$

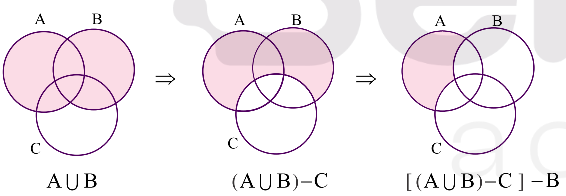
$۷ - ۵ = ۲$: نتیجه

۱۱۷ گزینه ۱

$$\begin{matrix} A - B = \{-۲\ ,\ -۳\ ,\ ۵\} \\ A - C = \{-۲\ ,\ -۳\ ,\ ۰\ ,\ ۱\} \end{matrix} \Rightarrow (A - B) - (A - C) = \{۵\}$$

۱۱۸ گزینه ۴

پس فقط عضوهای ۴ و ۳ باقی‌می‌ماند که حاصل‌جمع آن‌ها ۷ است.



۱۱۹ گزینه ۴

گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ صحیح می‌باشند ولی در گزینهٔ ۴، $A \cup B = \{۱\ ,\ ۲\ ,\ ۳\ ,\ ۴\ ,\ ۶\}$ که اعداد ۱ و ۳ و ۴ در مجموعهٔ C نیست، پس $A \cup B$ زیرمجموعهٔ C نمی‌باشد.

۱۲۰ گزینه ۴

اگر عضوهای $(A - B)$ را از $(A \cup B)$ کنار بگذاریم، عضوهای مجموعهٔ B به دست می‌آید. پس:

$(A \cup B) - (A - B) = \{-۲\ ,\ -۱\ ,\ ۰\ ,\ ۲\ ,\ ۳\ ,\ ۴\} - \{۳\ ,\ -۱\ ,\ ۰\} = \{-۲\ ,\ ۲\ ,\ ۴\}$

$\Rightarrow$ مجموع : ۴

۱۲۱

گزینه ۱

$$A \cup B = \{۲ , ۳ , ۴ , ۵ , x , x - y\} = \{۲ , ۳ , ۴ , ۵\}$$

پس x و $x - y$ باید هر کدام با یکی از اعضای ۲، ۳، ۴ یا ۵ برابر باشند به‌طوری‌که y بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. در این‌صورت x باید بیشترین مقدار و $x - y$ کمترین مقدار را داشته باشند:

$$x = ۵ , x - y = ۲ \Rightarrow y = ۳$$
$$x + y = ۸$$

۱۲۲

گزینه ۳

اشتراک A و B تک‌عضوی است که اشتراک آن‌ها $۲a - ۱$ و $b + ۲$ خواهد بود و هر دو عضو باهم و نیز با $a + ۳$ برابرند.

$$۲a - ۱ = b + ۲ = a + ۳$$

$$\begin{cases} ۲a - ۱ = a + ۳ \Rightarrow a = ۴ \\ a + ۳ = b + ۲ \Rightarrow b = ۵ \end{cases} \Rightarrow a + b = ۹$$

۱۲۳

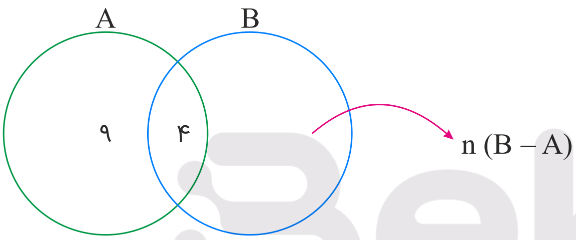
گزینه ۴

وقتی $A \cap B = \varnothing$، یعنی A و B هیچ عضو مشترکی ندارند، پس تعداد عضوهای تفاضل این دو مجموعه با تعداد عضوهای مجموعهٔ اول که در اینجا B است برابر می‌باشد.

۱۲۴

گزینه ۳

از شکل استفاده می‌کنیم.



$$n(A) = ۱۳$$

$$n(A \cup B) - n(A) = ۲۵ - ۱۳ = ۱۲ = n(B - A)$$

$$n(B) = ۴ + ۱۲ = ۱۶$$

۱۲۵ گزینه ۲

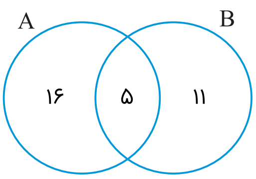
روش اول:

نکته: داریم: $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$ و $(A-B)\cap(B-A)=\varnothing$

$$n(A)=۲۱\quad,\quad n(B)=۱۶\quad,\quad n(A\cap B)=۵$$
$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=۲۱-۵=۱۶$$
$$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=۱۶-۵=۱۱$$
$$\Rightarrow n((B-A)\cup(A-B))=n(B-A)+n(A-B)$$
$$=۱۱+۱۶=۲۷$$

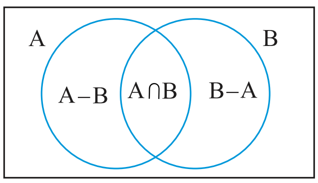
روش دوم:

با استفاده از نمودار ون هم می‌توانیم تعداد اعضای $(B-A)\cup(A-B)$ را به دست آوریم:



$$\Rightarrow n((A-B)\cup(B-A))=۱۶+۱۱=۲۷$$

۱۲۶ گزینه ۳



$$n(A\cup B)=n(A\cap B)+n(A-B)+n(B-A)$$
$$\xrightarrow{n(A\cup B)=n(A\cap B)+۳} n(A-B)+n(B-A)=۳$$

حال چون حداکثر تعداد زیرمجموعهٔ ناتهی $A-B$ را می‌خواهد $n(A-B)=۳$ و $n(B-A)=۰$ در نظر می‌گیریم.

$$n(A-B)=۳\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}=۲^۳=۸$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی}=۸-۱=۷$$

۱۲۷ گزینه ۳

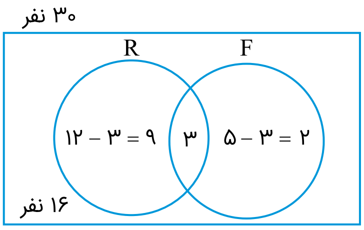
دوستداران درس ریاضی را با R و دوستداران درس فیزیک را با F نمایش می‌دهیم.

چهارده نفر درس ریاضی، فیزیک یا هر دو را دوست دارند: $۳۰ - ۱۶ = ۱۴$

$۱۲ + ۵ = ۱۷$

سه نفر هر دو درس را دوست دارند: $۱۷ - ۱۴ = ۳$

پس نه نفر فقط درس ریاضی را دوست دارند.



۱۲۸ گزینه ۴

اگر A مجموعهٔ دانش‌آموزانی باشد که زبان فرانسوی و B مجموعهٔ دانش‌آموزانی باشد که زبان انگلیسی می‌دانند، در این صورت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} n(B) = ۲n(A) \Rightarrow n(A) = \dfrac{n(B)}{۲} \\ n(B) = ۴n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = \dfrac{n(B)}{۴} \\ n(A \cup B) = ۴۰ \end{array}\right\}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۴۰ = \frac{n(B)}{۲} + n(B) - \frac{n(B)}{۴}$$

$$\Rightarrow ۴۰ = \frac{۲n(B) + ۴n(B) - n(B)}{۴} = \frac{۵n(B)}{۴} \Rightarrow n(B) = \frac{۴ \times \cancel{۴۰}^{۸}}{\cancel{۵}_{۱}} = ۳۲$$

۱۲۹

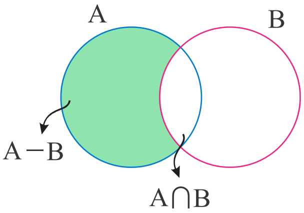
گزینه ۲

A: اعداد مضرب ۱۱

B: اعداد مضرب ۵

$A \cap B$: اعدادی که هم مضرب ۵ باشند و هم مضرب ۱۱

$A - B$: اعداد مضرب ۱۱ که مضرب ۵ نباشند



بنابراین تعداد اعداد قسمت رنگی را می‌خواهیم.

$$A = \{۱۱, ۲۲, ۳۳, ۴۴, ۵۵, ۶۶, ۷۷, ..., ۲۹۹۲\}$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{عدد آخر} - \text{عدد اول}}{\text{فاصلهٔ دو عدد متوالی}} + ۱$$

$$\Rightarrow (n(A = \frac{۲۹۹۲ - ۱۱}{۱۱} + ۱ = ۲۷۲$$

$$A \cap B = \{۵۵, ۱۱۰, ۱۶۵, ..., ۲۹۷۰\}$$

$$n(A \cap B) = \frac{۲۹۷۰ - ۵۵}{۵۵} + ۱ = ۵۴$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۲۷۲ - ۵۴ = ۲۱۸$$

۱۳۰ گزینه ۲

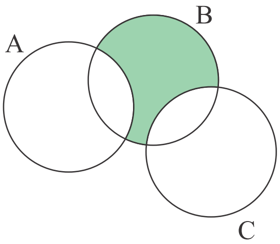
علاقه‌مند به فوتبال را با A نشان می‌دهیم: $n(A) = ۱۰$

علاقه‌مند به والیبال را با B نشان می‌دهیم: $n(B) = ۹$

علاقه‌مند به بسکتبال را با C نشان می‌دهیم: $n(C) = ۷$

ازطرفی باتوجه‌به مسئله:

$$n(A \cap B) = ۴ \;,\; n(A \cap C) = ۰ \;,\; n(A \cup B \cup C) = ۲۰$$



قسمت رنگی در نمودار ون، جواب مسئله است. باتوجه‌به نمودار ون داریم:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - \underbrace{n(A \cap B)}_{۴} - \underbrace{n(A \cap C)}_{۰} - n(B \cap C)$$

$$\Rightarrow ۲۰ = ۱۰ + ۹ + ۷ - ۴ - n(B \cap C) \Rightarrow n(B \cap C) = ۲۲ - ۲۰ = ۲$$

$$\text{قسمت رنگی} = n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = ۹ - ۴ - ۲ = ۳$$

۱۳۱ گزینه ۱

داریم:

$n(S) = ۵۰ = n(A \cup B \cup C)$

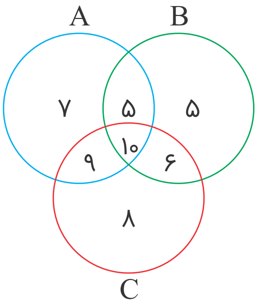
$n(B) = ۲۶$

$n(A) = ۳۱$ $\qquad n(C) = ۳۳$

$n(A \cap B) = ۱۵$ $\qquad n(B \cap C) = ۱۶$

$n(A \cap B \cap C) = ۱۰$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$$
$$- n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \Rightarrow ۵۰ = ۳۱ + ۲۶ + ۳۳ - ۱۵ - n(A \cap C) - ۱۶ + ۱۰$$
$$\Rightarrow n(A \cap C) = ۱۹$$



پس ۷ نفر فقط مجلهٔ A را مطالعه می‌کنند.

۱۳۲ گزینه ۱

$$\begin{cases} A_{۴} = \{۴ , ۵ , \dots , ۸\} \\ A_{۵} = \{۵ , ۶ , ۷ , \dots , ۱۰\} \\ A_{۶} = \{۶ , ۷ , ۸ , \dots , ۱۲\} \\ A_{۷} = \{۷ , ۸ , ۹ , \dots , ۱۴\} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \{۷ , ۸\}$$

۱۳۳ گزینه ۳

$$\{۱ , ۲ , \cdots , ۷\} \cap \{۲ , ۳ , \cdots , ۸\} \cap \{۳ , ۴ , \cdots , ۹\} \cap \{۴ , ۵ , \cdots , ۱۰\} \cap \{۵ , ۶ , \cdots , ۱۱\} = \{۵ , ۶ , ۷\}$$

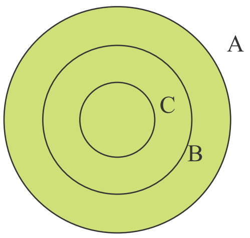
۱۳۴ گزینه ۲

مجموعهٔ مقسوم‌علیه‌های اعداد ۵۱ تا ۱۰۰، حتماً شامل خود این اعداد می‌باشند. همچنین اعداد ۱ تا ۵۰ نیز هر کدام مقسوم‌علیه اعداد ۵۱ تا ۱۰۰ هستند، پس در کل، این مجموعه، ۱۰۰ عضو دارد.

۱۳۵ گزینه ۴

معنی ریاضی این عبارت به این صورت است که: مستطیلی که اضلاع برابر دارد، حتماً مربع است.

۱۳۶ گزینه ۳

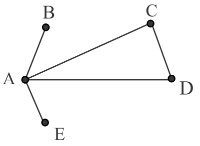


مجموعهٔ C، ۳ عضو و B، ۵ عضو و A، ۷ عضو دارد و ازطرفی طبق سؤال، مجموعهٔ سه عضوی زیرمجموعهٔ مجموعهٔ ۵ عضوی است و همچنین مجموعهٔ ۵ عضوی زیرمجموعهٔ مجموعهٔ ۷ عضوی است. پس $A \cup (B - C)$، ۷ عضو دارد.

۱۳۷ گزینه ۱

بررسی گزینهٔ ۱:

مجموعه‌های غیرمساوی که عضو مشترک دارند، به هم وصل شدند. برای بررسی امکان‌پذیری این گزینه، مجموعه‌ها را با نام‌های A، B، C، D و E نامگذاری می‌کنیم و اعضا را با x و y و ... نشان می‌دهیم:



فرض می‌کنیم:

$$A = \{x, y\} \;,\; B = \{x, z\}$$

چون مجموعهٔ C باید با مجموعهٔ A اشتراک داشته باشد و با مجموعهٔ B هیچ اشتراکی نداشته باشد، درنتیجه: $C = \{y, w\}$

اما مجموعهٔ E باید با A اشتراک داشته باشد و با B و C نباید هیچ اشتراکی داشته باشد که این غیرممکن است، چون اگر در عضو x با A مشترک باشد که با مجموعهٔ B نیز اشتراک خواهد داشت و اگر در عضو y با A مشترک باشد با مجموعهٔ C اشتراک خواهد داشت، پس این شکل نمی‌تواند مربوط به پنج مجموعهٔ موردنظر باشد.

۱۳۸ گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : نادرست است، زیرا $۰ \in A$ اما $۰ \not\subseteq A$.

گزینهٔ ۲ : نادرست است، زیرا:

$$A = \{۱, ۲, ۳\} \;,\; B = \{۴, ۵, ۶\}$$

$$n(A) = n(B) = ۳ \;,\; A = B$$

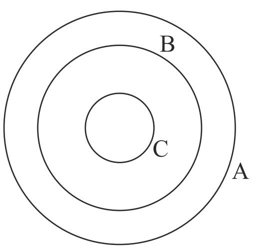
گزینهٔ ۳ : نادرست است. فرض کنید مجموعه‌های A و B به‌صورت زیر باشند:

$$A = \{۱, ۲, ۳\} \;,\; B = \{۴, ۵, ۶\} \;,\; A \cap B = \varnothing$$

$$A - B = \{۱, ۲, ۳\} \;,\; B - A = \{۴, ۵, ۶\} \Rightarrow A - B = B - A$$

گزینهٔ ۴ : درست است. در شکل زیر $C \subseteq B \subseteq A$:

$$\begin{cases} (B \cap C) = C \\ (A \cap B) = B \end{cases} \Rightarrow (B \cap C) - (A \cap B) = C - B = \varnothing$$

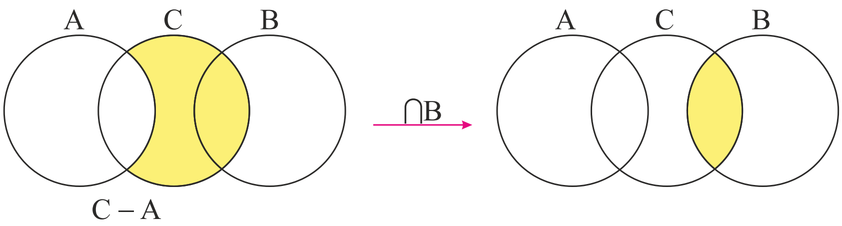


۱۳۹ گزینه ۳

چون $A - B = \varnothing$ است، پس یا $A = \varnothing$ و یا $A \subseteq B$ است.

۱۴۰ گزینه ۳

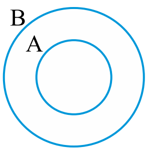
یک نمودار ون بنابه این شرط را رسم می‌کنیم:



پس حاصل $B \cap C$ خواهد بود.

۱۴۱ گزینه ۳

برای $A \subseteq B$ ابتدا شکل زیر را رسم می‌کنیم:



۱) $A - B = B - A$ نادرست

۲) $A \cup B = A$ نادرست

۳) $A - B = \varnothing$ درست

۴) $B - A = B$ نادرست

۱۴۲ گزینه ۲

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \quad , \; A \subseteq B \Rightarrow A - B = \varnothing \quad , \; A \subseteq B \Rightarrow B - A = B - A$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = \varnothing \cup (B - A) \cup A = (B - A) \cup A = B$$

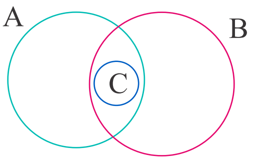
۱۴۳ گزینه ۳

اگر با اضافه کردن هر عضو A به B، تعداد اعضای B تغییر نکند یعنی: $A \subseteq B$

$$A \subseteq B : A \cap B = A \; , \; A - B = \varnothing$$

۱۴۴ گزینه ۳

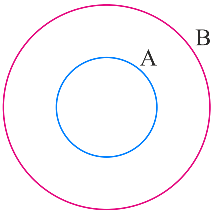
باتوجه‌به شکل زیر گزینهٔ "۳" صحیح است.



$(A \cap C) = C \Rightarrow C \subseteq B$

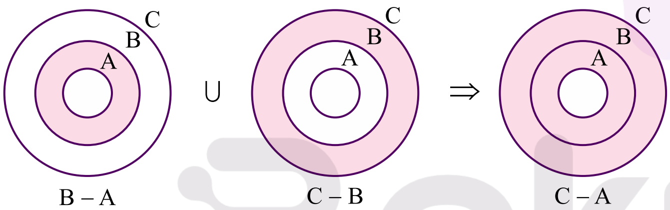
۱۴۵ گزینه ۲

اگر A زیرمجموعهٔ $A \cap B$ باشد، یعنی تمامی عضوهای A در $A \cap B$ می‌باشند، پس تمامی عضوهای A در B هستند، یعنی $A \subseteq B$ که بر این اساس گزینهٔ "۲" صحیح است.



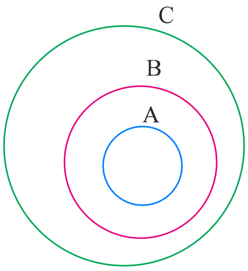
۱۴۶ گزینه ۲

از نمودار ون استفاده می‌کنیم.



۱۴۷ گزینه ۲

شکل آن به‌صورت زیر است:



۱) $A \cup B = B \Rightarrow B \subseteq C$ ✓

۲) $B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq A$ ×

۳) $A - B = \varnothing \Rightarrow \varnothing \subseteq C$ ✓

۴) $A \cap C = A \Rightarrow A \subseteq B$ ✓

پس گزینهٔ ۲ نادرست است.

۱۴۸ گزینه ۴

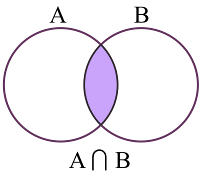
$$\left.\begin{array}{l} A \subseteq B \Rightarrow A - B = \varnothing \\ (A - B) \cap (C - B) \end{array}\right\} \Rightarrow \varnothing \cap (C - B) = \varnothing$$

۱۴۹ گزینه ۱

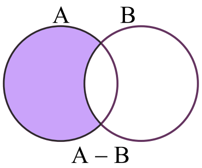
$$\left.\begin{array}{l} A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A - B = \varnothing \\ A \subseteq B\,,\, C \subseteq A \Rightarrow C \subseteq B \Rightarrow C \cup B = B \end{array}\right\} \Rightarrow (A - B) \cup (C \cup B) = \varnothing \cup B = B$$

۱۵۰ گزینه ۴

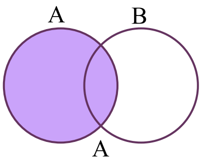
۱) $A \cap B$ زیرمجموعهٔ $A \cup B$ است:



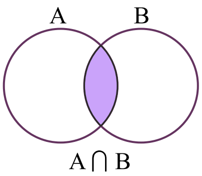
۲) $A - B$ زیرمجموعهٔ A است:



۳) A زیرمجموعهٔ $A \cup B$ است:



۴) $A \cap B$ زیرمجموعهٔ $A - B$ نیست:



۱۵۱ گزینه ۲

$$((A \cup B) - C) - D = D \Rightarrow ((A \cup B) - C) \cap D' = D$$
$$\Rightarrow D \subseteq D' \Rightarrow D = \varnothing$$

بنابراین:

$$((A \cup B) - C) - \varnothing = \varnothing \Rightarrow ((A \cup B) - C) = \varnothing$$
$$\Rightarrow (A \cup B) = C$$

درنتیجه:

$$\underbrace{A \cup B}_{C} \cup C \cup D = \underbrace{C \cup C}_{C} \cup \varnothing = C \cup \varnothing = C$$

۱۵۲ گزینه ۳

چون مجموعه تشکیل می‌دهیم پس از هر عدد فقط یکی می‌ماند و بقیه خط می‌خورند.

$$\{۲ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۷ , ۸ , ۹ , ۱۰ , ۱۱ , ۱۲\}$$

این مجموعه ۱۱ عضو دارد که ۵ تای آن‌ها اول‌اند پس:

$$\text{احتمال} = \frac{۵}{۱۱}$$

۱۵۳ گزینه ۳

$$\text{حالات آمدن مجموع ۵} = \{(۱,۴),(۴,۱),(۲,۳),(۳,۲)\} \Rightarrow \text{۴ حالت}$$

$$\text{حالات آمدن مجموع ۶} = \{(۱,۵),(۵,۱),(۲,۴),(۴,۲),(۳,۳)\} \Rightarrow \text{۵ حالت}$$

$$\text{حالات آمدن مجموع ۷} = \{(۱,۶),(۶,۱),(۵,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳)\} \Rightarrow \text{۶ حالت}$$

$$\text{حالات آمدن مجموع ۸} = \{(۲,۶),(۶,۲),(۳,۵),(۵,۳),(۴,۴)\} \Rightarrow \text{۵ حالت}$$

۱۵۴ گزینه ۳

کل حالات ممکن در پرتاب دو تاس ۳۶ حالت است. حالات اینکه مجموع اعداد روشده بیشتر مساوی ۱۱ شود به‌صورت زیر است:

$$\{(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$$

پس احتمال اینکه مجموع اعداد روشده کمتر از ۱۱ شود برابر است با:

$$\frac{۳۶-۳}{۳۶} = \frac{۳۳}{۳۶} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

۱۵۵ گزینه ۱

مجموع عددهای روشده حداکثر ۵ شود، یعنی خود عدد ۵ و کوچک‌تر از آن.

۴ حالت وجود دارد که مجموع عددهای روشده ۵ شود: (۲ , ۳) , (۳ , ۲) , (۴ , ۱) , (۱ , ۴)

۳ حالت وجود دارد که مجموع عددهای روشده ۴ شود: (۲ , ۲) , (۱ , ۳) , (۳ , ۱)

۲ حالت وجود دارد که مجموع عددهای روشده ۳ شود: (۲ , ۱) , (۱ , ۲)

یک حالت وجود دارد که مجموع ۲ شود: (۱ , ۱)

مجموع حالت‌ها در پرتاب دو تاس ۳۶ حالت است و تعداد حالت‌هایی که مجموع عددها حداکثر ۵ شود، ۱۰ حالت است.

$$\frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

۱۵۶ گزینه ۲

حالت‌هایی که دارای شمارندهٔ ۲ می‌باشند، یعنی باید ۲، ۴ یا ۸ باشد:

$$۲ \Rightarrow (۱ , ۱)$$

$$۴ \Rightarrow (۱ , ۳) , (۳ , ۱) , (۲ , ۲)$$

$$۸ \Rightarrow (۲ , ۶) , (۶ , ۲) , (۳ , ۵) , (۵ , ۳) , (۴ , ۴)$$

$$\text{احتمال} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

۱۵۷ گزینه ۱

مجموعه حالت‌هایی که مجموع دو عدد روشده ۷ باشد، به‌صورت $A_1 = \{(۱,۶),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳),(۵,۲),(۶,۱)\}$ و مجموعه حالت‌هایی که هر دو تاس زوج بیایند به‌صورت $A_2 = \{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$ است؛ بنابراین مجموعه پیشامد موردنظر به‌صورت $A = A_1 \cup A_2$ است، پس $n(A) = ۱۵$، بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶}$$

* دقت کنید که در دو مجموعهٔ A_1 و A_2 عضو تکراری وجود نداشت. اگر عضوهای تکراری وجود داشت، آنگاه تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه کمتر از ۱۵ عضو می‌شد.

۱۵۸ گزینه ۲

در پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت وجود دارد که برای اختلاف دو واحد، حالت‌های زیر وجود دارند:

(۱ , ۳) , (۲ , ۴) , (۳ , ۵) , (۴ , ۶) , (۳ , ۱) , (۴ , ۲) , (۵ , ۳) , (۶ , ۴)

$$\text{احتمال} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۲}{۹}$$

۱۵۹ گزینه ۱

عدد یک تاس را a و عدد تاس دیگر را b در نظر می‌گیریم.

اختلاف اعداد روشده با عدد بزرگ‌تر نمی‌تواند برابر باشد.

$$a - b = b \Rightarrow a = ۲b$$

یعنی عدد یکی از تاس‌ها دو برابر دیگری است.

(۱ , ۲) , (۲ , ۱) , (۲ , ۴) , (۴ , ۲) , (۳ , ۶) , (۶ , ۳)

پس ۶ حالت از ۳۶ حالت است.

$$\text{احتمال} : \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

۱۶۰ گزینه ۳

دو تاس ۳۶ حالت ایجاد می‌کنند که حالت‌های ممکن موردنظر به‌صورت زیر است:

{(۱ , ۱) , (۱ , ۲) , (۱ , ۳) , (۱ , ۴) , (۲ , ۱) , (۲ , ۲) , (۳ , ۱) , (۴ , ۱)}

دارای ۸ حالت است.

$$\text{احتمال} : \frac{۸}{۳۶} = \frac{۲}{۹}$$

۱۶۱ گزینه ۱

یکی از تاس‌ها باید یک باشد.

(۱ , ۲) , (۱ , ۳) , (۱ , ۵) , (۲ , ۱) , (۳ , ۱) , (۵ , ۱)

$\text{احتمال} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

۱۶۲ گزینه ۴

در کل ۳۶ حالت داریم.

(۱ , ۱) , (۱ , ۲) , (۱ , ۳) , (۱ , ۴) , (۱ , ۵) , (۱ , ۶)

(۲ , ۱) , (۲ , ۲) , (۲ , ۳) , (۲ , ۴)

(۳ , ۱) , (۳ , ۲) , (۳ , ۳)

(۴ , ۱) , (۴ , ۲)

(۵ , ۱)

(۶ , ۱)

احتمال برابر است با: $\frac{۱۷}{۳۶}$

۱۶۳ گزینه ۴

در کل ۳۶ حالت وجود دارد.

(۱ , ۱) , (۱ , ۲) , (۱ , ۳) , (۱ , ۴) , (۱ , ۵) , (۱ , ۶)
, (۲ , ۱) , (۳ , ۱) , (۴ , ۱) , (۵ , ۱) , (۶ , ۱)

احتمال : $\frac{۱۱}{۳۶}$

۱۶۴ گزینه ۱

پرتاب دو تاس ۳۶ حالت دارد که شرط گفته‌شده در حالت‌های زیر است:

(۱ , ۱) , (۲ , ۱) , (۳ , ۱) , (۴ , ۱) , (۵ , ۱) , (۶ , ۱) , (۲ , ۲) , (۴ , ۲)
, (۶ , ۲) , (۳ , ۳) , (۶ , ۳) , (۴ , ۴) , (۵ , ۵) , (۶ , ۶)

$\Rightarrow P = \frac{۱۴}{۳۶} = \frac{۷}{۱۸}$

۱۶۵ گزینه ۴

۳۶ حالت وجود دارد.

{(۱ , ۲) , (۲ , ۱) , (۲ , ۳) , (۳ , ۲) , (۳ , ۴) , (۴ , ۳) , (۴ , ۵) , (۵ , ۴) , (۵ , ۶) , (۶ , ۵)}

$\text{احتمال} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$

۱۶۶ گزینه ۲

حالت‌های ممکن را می‌نویسیم:

(۲ , ۳) , (۳ , ۴) , (۳ , ۵) , (۴ , ۵) , (۴ , ۶) , (۵ , ۶)

تعداد کل حالت‌ها نیز ۳۶ حالت است.

$$\text{احتمال} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

۱۶۷ گزینه ۱

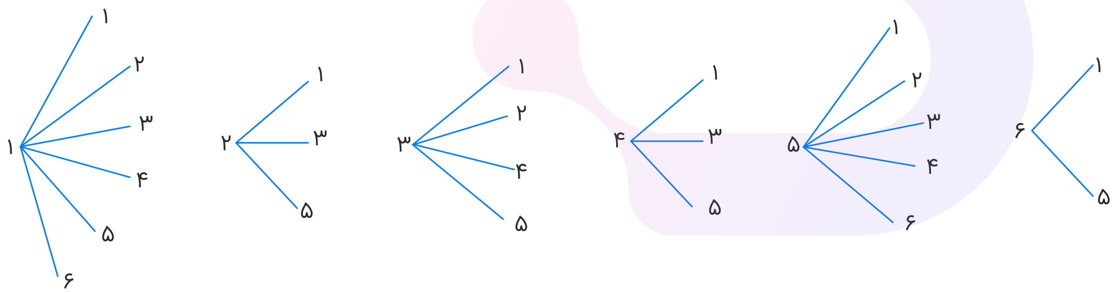
در پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت وجود دارد. اعدادی از دو تاس که ب.م.م آن‌ها ۲ می‌شود.

(۲ , ۲) , (۲ , ۴) , (۲ , ۶) , (۴ , ۲) , (۴ , ۶) , (۶ , ۲) , (۶ , ۴)

$$\text{احتمال} = \frac{۷}{۳۶}$$

۱۶۸ گزینه ۲

دو تاس ۳۶ حالت دارند. اعدادی که نسبت به هم اول‌اند.



$$\text{احتمال} : \frac{۲۳}{۳۶}$$

دارای ۲۳ حالت است.

۱۶۹ گزینه ۴

در کل ۳۶ حالت داریم و اعداد اول عبارت‌اند از:

۱۱ , ۱۳ , ۲۳ , ۳۱ , ۴۱ , ۴۳ , ۵۳ , ۶۱

$$\text{احتمال} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۲}{۹}$$

۱۷۰ گزینه ۳

$$S = \{(۱,\text{ر}),(۲,\text{ر}),\dots,(۶,\text{ر}),(۱,\text{پ}),\dots,(۶,\text{پ})\} \Rightarrow n(S) = ۱۲$$
$$A = \{(۱,\text{ر}),(۴,\text{ر}),(۶,\text{ر})\} \Rightarrow n(A) = ۳$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴}$$

۱۷۱ گزینه ۳

دارای ۱۲ حالت در کل می‌باشند. $(۲ \times ۶ = ۱۲)$
حالت‌هایی که عدد سکه از تاس بیشتر است:

$$(\text{تاس}, \text{سکه}) \Rightarrow (۳ , ۱) , (۳ , ۲) , (۵ , ۱) , (۵ , ۲) , (۵ , ۳) , (۵ , ۴)$$

$$\text{احتمال} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

۱۷۲ گزینه ۱

پرتاب سکه و تاس دارای ۱۲ حالت است. حالت‌هایی که ضرب آن‌ها عدد صحیح می‌شود عبارت‌اند از:

$$(\sqrt{۲} , \sqrt{۲}) , (\sqrt{۲} , \sqrt{۸}) , (\sqrt{۳} , \sqrt{۳}) , (\sqrt{۳} , \sqrt{۱۲})$$

$$\text{احتمال} : \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

۱۷۳ گزینه ۲

شمارنده‌های ۴۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۲۰, ۴۰
از ۱ تا ۲۰ دارای ۷ عدد است.

$$\text{احتمال} : \frac{۷}{۲۰} = ۰/۳۵$$

۱۷۴ گزینه ۲

زوج دو رقمی : ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۶ , ۱۸ , ۲۰

مضرب ۳ یک رقمی : ۳ , ۶ , ۹

$$\text{احتمال} = \frac{۹}{۲۰}$$

۱۷۵ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد مضارب ۳} : \frac{۳۰}{۳} = ۱۰ \\ \text{تعداد مضارب ۵} \ \frac{۳۰}{۵} = ۶ \\ \text{تعداد مضارب مشترک} : \frac{۳۰}{۱۵} = ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۰ + ۶ - ۲ = ۱۴$$

$$\text{احتمال} = \frac{۱۴}{۳۰}$$

۱۷۶ گزینه ۴

اعداد ایجادشده را می‌نویسیم و زیر مضرب ۳ خط می‌کشیم.

$\underline{۱۲}$, ۱۳ , ۱۴ , $\underline{۱۵}$, $\underline{۲۱}$, ۲۳ , $\underline{۲۴}$, ۲۵ , ۳۱ , ۳۲ , ۳۴

, ۳۵ , ۴۱ , $\underline{۴۲}$, ۴۳ , $\underline{۴۵}$, $\underline{۵۱}$, ۵۲ , ۵۳ , $\underline{۵۴}$

احتمال : $\frac{۸}{۲۰} = \frac{۲}{۵}$

۱۷۷ گزینه ۳

عدد فرد را کنار بگذاریم، ۹ کارت باقی می‌ماند که ۵تا زوج و ۴تا فرد است. برای اینکه عدد زوج شود باید رقم انتخاب‌شده زوج باشد که احتمال آن $\frac{۵}{۹}$ است.

۱۷۸ گزینه ۱

حالت‌های کلی:

(۱ , ۲) , (۱ , ۳) , (۱ , ۴) , (۱ , ۵) , (۲ , ۱) , (۲ , ۳) , (۲ , ۴) , (۲ , ۵) , (۳ , ۱) , (۳ , ۲) , (۳ , ۴)
, (۳ , ۵) , (۴ , ۱) , (۴ , ۲) , (۴ , ۳) , (۴ , ۵) , (۵ , ۱) , (۵ , ۲) , (۵ , ۳) , (۵ , ۴)

۲۰ حالت دارد که ۱۲ حالت آن دارای مجموع فرد است.

احتمال : $\frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$

۱۷۹ گزینه ۴

مهرهٔ اول قرمز : $\frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$

پس از کل مهره‌ها و مهره‌های قرمز یکی کم می‌شود.

مهرهٔ دوم آبی : $\frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

احتمال : $\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۶}$

۱۸۰ گزینه ۳

برای انتخاب مهرهٔ اول $\frac{۵}{۹}$ شانس داریم و برای مهرهٔ دوم، از مهره‌های آبی و کل مهره‌ها یکی کم می‌شود پس $\frac{۴}{۸}$ شانس داریم. در کل داریم:

$\frac{۵}{۹} \times \frac{۴}{۸} = \frac{۵}{۱۸}$

۱۸۱ گزینه ۱

مهرهٔ اول دارای دو حالت است:

$$\begin{cases} \text{مهرهٔ اول آبی}: \frac{۵}{۹} \times \underbrace{\frac{۴}{۸}}_{\text{مهرهٔ دوم آبی}} = \frac{۵}{۱۸} \\ \text{مهرهٔ اول قرمز}: \frac{۴}{۹} \times \underbrace{\frac{۵}{۸}}_{\text{مهرهٔ دوم آبی}} = \frac{۵}{۱۸} \end{cases} \Rightarrow \frac{۵}{۱۸} + \frac{۵}{۱۸} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

۱۸۲ گزینه ۳

دارای دو حالت است، هر دو آبی یا هر دو قرمز باشند.

$$\text{هر دو آبی}: \overbrace{\frac{۵}{۸}}^{\text{ظرف اول}} \times \overbrace{\frac{۳}{۵}}^{\text{ظرف دوم}} = \frac{۳}{۸}$$

$$\text{هر دو قرمز}: \frac{۳}{۸} \times \frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۲۰} \Rightarrow \frac{۳}{۸} + \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۵+۶}{۴۰} = \frac{۲۱}{۴۰}$$

۱۸۳ گزینه ۴

$$\begin{cases} \text{۵ مهرهٔ قرمز} \\ \text{۷ مهرهٔ آبی} \end{cases} \Rightarrow \text{احتمال آبی بودن} = \frac{۷}{۱۲}$$

$$\begin{cases} \text{۴ مهرهٔ قرمز} \\ \text{۶ مهرهٔ آبی} \end{cases} \Rightarrow \text{احتمال آبی بودن} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

$$\text{اختلاف}: \frac{۳}{۵} - \frac{۷}{۱۲} = \frac{۳۶}{۶۰} - \frac{۳۵}{۶۰} = \frac{۱}{۶۰}$$

۱۸۴ گزینه ۴

اگر تعداد مهرهٔ قرمز را با x نشان دهیم، داریم:

$$\text{تعداد کل مهره‌ها} = ۱۵ + ۱۳ + x = ۲۸ + x$$

اگر $P(A)$ احتمال بیرون آمدن مهرهٔ قرمز باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{۳}{۷} = \frac{x}{۲۸ + x} \Rightarrow ۷x = ۸۴ + ۳x \Rightarrow ۴x = ۸۴ \Rightarrow x = ۲۱$$

۱۸۵ گزینه ۱

بدترین حالت به‌صورت زیر است:

۵۰ مهره اولی که برمی‌داریم از رنگ اول باشند، ۵۰ مهرهٔ بعدی از رنگ دوم هستند و ۵۰ مهره بعدی از رنگ سوم هستند. اکنون در کیسه ۵ نوع رنگ دیگر باقی مانده است. بدترین حالت ممکن آن است که ابتدا از هر رنگ، ۴ مهره برداریم و درنتیجه مهرهٔ بعدی که برداریم، یکی از رنگ‌های باقی‌مانده نیز ۵ تایی می‌شود، پس داریم:

$$(۳ \times ۵۰) + (۴ \times ۵) + ۱ = ۱۷۱$$

۱۸۶ گزینه ۴

ابتدا $n(S)$ را به دست می‌آوریم:

ابتدا از ۱ تا ۹ ← ۹ حالت

در بار دوم ← ۸ حالت

در بار سوم ← ۷ حالت

$$\Rightarrow n(S) = ۹ \times ۸ \times ۷ = ۵۰۴$$

برای به دست آوردن تعداد حالت‌های مطلوب داریم:

۱	۲	۳
۴	۵	۶
۷	۸	۹

سه سطر و سه ستون و ۲ قطر داریم که روی‌هم برابر ۸ حالت می‌شود ولی چون ترتیب بیرون آمدن برای مثال سطر اول (۳ و ۲ و ۱) با (۱ و ۳ و ۲) فرق دارد، پس برای هرکدام از حالت‌ها (یعنی سطرها و ستون‌ها و قطرها که در مجموع ۸ حالت دارند) ۶ حالت ($۱ \times ۲ \times ۳$) داریم، درنتیجه:

$$n(A) = ۶ \times ۸ = ۴۸ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴۸}{۵۰۴}$$

۱۸۷ گزینه ۴

$$S = D = \{۱ , ۲ , ۳ , ۶\}$$

$$A = \{۳ , ۶\} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

۱۸۸ گزینه ۱

$$\{x | \frac{x}{\sqrt{۲}} \in \mathbb{N} , x < ۵\} = \{\sqrt{۲} , \sqrt{۸} , \sqrt{۱۸}\}$$

فقط $\sqrt{۱۸}$ از ۳ بیشتر است.

احتمال : $\frac{۱}{۳}$

۱۸۹ گزینه ۳

$$\{۲x+۳|x\in\mathbb{N}\ ,\ -۲\le x\le ۶\}=\{۵\ ,\ ۷\ ,\ ۹\ ,\ ۱۱\ ,\ ۱۳\ ,\ ۱۵\}$$

$$\text{احتمال}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

۱۹۰ گزینه ۲

$$\{۲x+۱|\underbrace{x\in\mathbb{N}\ ,\ -۱\le x\le ۵}_{۱,۲,۳,۴,۵}\}=\{۳\ ,\ ۵\ ,\ ۷\ ,\ ۹\ ,\ ۱۱\}$$

فقط یک عضو مربع کامل دارد، پس: $\frac{۱}{۵}$

۱۹۱ گزینه ۴

$$A=\{۳x+۲|x\in\mathbb{W}\ ,\ x\le ۴\}=\{۳(۰)+۲\ ,\ ۳(۱)+۲\ ,\ ۳(۲)+۲\ ,\ ۳(۳)+۲\ ,\ ۳(۴)+۲\}$$
$$=\{۲\ ,\ ۵\ ,\ ۸\ ,\ ۱۱\ ,\ ۱۴\}$$

اشتراک مجموعهٔ A با B برابر $\{۵\}$ است، پس:

$$B\cap C=\{۵\}\ \text{یا}\ \varnothing$$

حال برای اینکه اشتراک B و C ناتهی شود، باید مجموعهٔ C شامل ۵ باشد. مجموعهٔ A، ۳۲ زیرمجموعه دارد و احتمال اینکه ۵ در زیرمجموعه‌های آن باشد، برابر $\frac{۱}{۲}$ است؛ پس احتمال اینکه اشتراک B و C ناتهی شود، $\frac{۱}{۲}$ است.

۱۹۲ گزینه ۴

$$M=\{۱,۲,۳,۴,۵\}\quad,\quad B=\{۱,۲\}\quad,\quad A\subseteq M$$

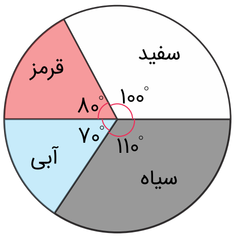
چون $A\cap B$ غیرتهی است، پس A باید حداقل یکی از اعداد ۱ و ۲ را داشته باشد. مجموعهٔ M، ۵ عضو دارد، پس $۲^۵=۳۲$ زیرمجموعه دارد. تعداد زیرمجموعه‌هایی از M که عضو ۱ و ۲ را ندارند، برابر است با $۸=۲^۳$. پس تعداد زیرمجموعه‌هایی از M که حداقل یکی از اعداد ۱ و ۲ را دارند، برابر $۳۲-۸=۲۴$ است.

$$\Rightarrow \frac{۲۴}{۳۲}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$$

۱۹۳ گزینه ۳

$$A=\{۳x|x\in\mathbb{Z}\ ,\ \underbrace{۰<x<۶}_{x=۱,۲,۳,۴,۵}\}=\{۳(۱),۳(۲),۳(۳),۳(۴),۳(۵)\}=\{۳,۶,۹,۱۲,۱۵\}$$
$$B=\{۶x|x\in\mathbb{Z}\ ,\ \underbrace{۰<x<۳}_{x=۱,۲}\}=\{۶(۱),۶(۲)\}=\{۶,۱۲\}$$
$$C=\{x|x\in\mathbb{Z}\ ,\ ۰<۳x<۳\}=\varnothing$$
$$B\cup C=\{۶,۱۲\}\quad,\quad A\cap(B\cup C)=\{۶,۱۲\}$$
$$\Rightarrow\ \text{احتمال}=\frac{۲}{۵}$$

۱۹۴ گزینه ۱



احتمال اینکه عقربه در ناحیهٔ سیاه قرار نگیرد، یعنی در ناحیه‌های به رنگ قرمز، آبی و سفید قرار گیرد. حال داریم:

$$P(A) = \frac{۱۰۰ + ۸۰ + ۷۰}{۳۶۰} = \frac{۲۵۰}{۳۶۰} = \frac{۲۵}{۳۶}$$

۱۹۵ گزینه ۲

در سه قسمت حرف a را داریم.

در دو قسمت شانس $\frac{۱}{۳}$ و در یک قسمت شانس $\frac{۱}{۲}$ دارد.

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲ + ۲ + ۳}{۶} = \frac{۷}{۶}$$

ولی این قسمت‌ها را بین ۴ قسمت کلی انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{۷}{۶} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۲۴}$$

(می‌توانیم زاویه هر قسمت را نیز محاسبه و در مخرج نیز ۳۶۰ قرار دهیم)

۱۹۶ گزینه ۱

ابتدا جدول را کامل می‌کنیم:

×	۱	۲	۳	۴
۲	۲	۰	۳	۴
۴	۴	۴	۴	۰
۶	۶	۶	۶	۶
۷	۷	۷	۷	۷

$\Rightarrow$ احتمال فرد بودن : $\frac{۵}{۱۶}$

۱۹۷ گزینه ۴

در کل ۸ حالت داریم. حالت‌هایی که تعداد پسرها از دخترها بیشتر باشد به‌صورت زیر است:

(پ، پ، پ) و (پ، پ، د) و (پ، د، پ) و (د، پ، پ)

احتمال $= \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

۱۹۸ گزینه ۲

ارقامی که می‌توانند چنین خاصیتی داشته باشند، رقم‌های ۱، ۳ و ۹ هستند؛ بنابراین مجموعهٔ A شامل اعداد چهاررقمی است که با این ارقام ساخته می‌شود.

$$A = \{۱۱۱۹, ۱۱۹۱, ۱۹۱۱, ۹۱۱۱, ۱۱۳۳, ۱۳۱۳, ۱۳۳۱, ۳۱۱۳, ۳۱۳۱, ۳۳۱۱\} \Rightarrow n(A) = ۱۰$$

B زیرمجموعه‌ای از A است که عضوهای آن کمتر از ۳۰۰۰ باشد:

$$B = \{۱۱۱۹, ۱۱۹۱, ۱۹۱۱, ۱۳۳۱, ۱۱۳۳, ۱۳۱۳\} \Rightarrow n(B) = ۶$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(A)} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

۱۹۹ گزینه ۲

یک مجموعهٔ چهار عضوی $۲^۴ = ۱۶$ زیرمجموعه دارد.
مجموعه‌هایی که عدد ۳ بزرگ‌ترین عضو آن‌ها باشد:

$$\{۳\}, \{۱, ۳\}, \{۲, ۳\}, \{۱, ۲, ۳\}$$

$$\text{احتمال} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴}$$

۲۰۰ گزینه ۲

تمام زیرمجموعه‌هایی را می‌خواهیم که ۱ و ۷ عضو آن باشد ولی ۱۱ و ۹ عضوشان نباشد.

$$\{۱, ۳, ۵, ۷\}, \{۱, ۷, ۳\}, \{۱, ۷, ۵\}, \{۱, ۷\} \Rightarrow n(A) = ۴$$
$$n(S) = ۲^۶ = ۶۴$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{۴}{۶۴} = \frac{۱}{۱۶}$$

۲۰۱ گزینه ۲

فرض کنید کیسه دارای سه مهره به رنگ‌های قرمز، آبی و سبز باشد. در پیشامدهای تصادفی زیر، احتمال، برابر با $\frac{۲}{۳}$ است.

A: پیشامد اینکه مهرهٔ خارج‌شده قرمز نباشد: $P(A) = \frac{۲}{۳}$

B: پیشامد اینکه مهرهٔ خارج‌شده آبی نباشد: $P(B) = \frac{۲}{۳}$

C: پیشامد اینکه مهرهٔ خارج‌شده سبز نباشد: $P(C) = \frac{۲}{۳}$

بنابراین سه پیشامد داریم که احتمال آن، $\frac{۲}{۳}$ است.

۲۰۲ گزینه ۲

پیشامدهایی که ۳ عضو از این ۴ عضو را در بر بگیرد.

$$\{۲, ۴, ۶\} \quad \{۲, ۴, ۸\} \quad \{۴, ۶, ۸\} \quad \{۶, ۸, ۲\}$$