



گزینه ۴

۱

کسرهای $\frac{11}{11}$ ، $\frac{12}{12}$ ، $\frac{13}{13}$ برابر واحد می‌باشد و کسر $\frac{0}{5}$ برابر صفر است.

$$(2+1) - (1+1) \times (3+1) + (4+0) = 3 - \underbrace{2 \times 4}_8 + 4$$

$$= 3 - 8 + 4 = -1$$

گزینه ۲

۲

$$-\frac{3}{4} - \left(\frac{4}{8} \times \frac{2}{4} \times \frac{4}{5} \right) + \frac{3}{20} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{-15 - 4 + 3}{20} = \frac{-16}{20} = -\frac{4}{5}$$

گزینه ۳

۳

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} \div \frac{-\frac{7}{4}}{-\frac{1}{4}} = \frac{7 \times 4}{1 \times 4} \div \frac{-7 \times 4}{-1 \times 4} = 7 \div 7 = 1$$

گزینه ۴

۴

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6 - 3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times \frac{6}{1} = 1$$

گزینه ۴

۵

$$1 - \frac{\frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \times \frac{5}{4}} = 1 - \frac{\frac{2}{3} \times \frac{-15}{2}}{\frac{1}{15} \times \frac{4}{4}} = 1 - \frac{-5}{1} = 1 + 5 = 6$$

$$1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{a}} = \frac{5}{7} \Rightarrow 1 - \frac{\frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{a}} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{\frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{a}}$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{a} = \frac{7 \times \frac{1}{2}}{2} \Rightarrow 2 - \frac{1}{a} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 4$$

$$\frac{5}{106} + \left(\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \left(\frac{1}{41} - \frac{1}{46} \right) \right)$$

$$= \frac{5}{106} + \frac{1}{6} - \frac{1}{46} = \frac{5 \times 3 \times 23 + 23 \times 53 - 3 \times 53}{2 \times 3 \times 53 \times 23} = \frac{345 + 1219 - 159}{7314} = \frac{1405}{7314}$$

$$\frac{37}{35} + \frac{29}{24} + \frac{1}{9} = 1\frac{2}{35} + 1\frac{5}{24} + \frac{1}{9} = 2 + \frac{2}{35} + \frac{5}{24} + \frac{1}{9} = a + 2$$

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{\square}\right) = 12$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{\square+1}{\square} = 12 \Rightarrow \frac{\square+1}{2} = 12 \Rightarrow \square+1 = 24 \Rightarrow \square = 23$$

اعداد را به اعداد اعشاری تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{2}{5} = 0.4 \quad \frac{3}{7} = 0.4285\dots$$

$$\frac{1}{3} = 0.333\dots \quad \frac{4}{7} = 0.5714\dots$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$$

اعداد را به صورت اعشاری می‌نویسیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \approx -0/66 \\ -\frac{3}{5} = -0/6 \\ -\frac{4}{5} = -0/80 \xrightarrow{\text{کوچک به بزرگ}} -\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{7}, -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} = -0/50 \\ -\frac{5}{7} \approx -0/71 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{2}{75} \\ -\frac{1}{3} \approx -2/66 \\ -2 \\ -1/8 \\ -\frac{9}{4} = -2/25 \end{array} \right. \Rightarrow -2/75, -\frac{1}{3}, -\frac{9}{4}, -2, -1/8$$

چون $\frac{4}{5}$ از $\frac{3}{4}$ بزرگتر است، پس هر کسری که قرار است جواب باشد باید از $\frac{3}{4}$ بیشتر و از $\frac{4}{5}$ کمتر باشد.
بررسی گزینه‌ها:

$$\begin{aligned} \text{گزینه ۱: } \frac{23}{32} &\Rightarrow \frac{3}{4} \square \frac{23}{32} \Rightarrow 3 \times 32 = 96, 4 \times 23 = 92 \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{23}{32} \quad \times \\ \text{گزینه ۲: } \frac{13}{18} &\Rightarrow \frac{3}{4} \square \frac{13}{18} \Rightarrow 3 \times 18 = 54, 4 \times 13 = 52 \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{13}{18} \quad \times \\ \text{گزینه ۳: } \frac{23}{30} &\Rightarrow \frac{3}{4} \square \frac{23}{30} \Rightarrow 3 \times 30 = 90, 4 \times 23 = 92 \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{23}{30} \\ \frac{23}{30} \square \frac{4}{5} &\Rightarrow 5 \times 23 = 115, 30 \times 4 = 120 \Rightarrow \frac{23}{30} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{23}{30} < \frac{4}{5} \quad \checkmark \\ \text{گزینه ۴: } \frac{5}{6} &\Rightarrow \frac{5}{6} \square \frac{4}{5} \Rightarrow 5 \times 5 = 25, 4 \times 6 = 24 \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{4}{5} \quad \times \end{aligned}$$

چون همه کسرها بین صفر و ۱- است، می‌توانیم همه کسرها را معکوس کرده سپس بررسی کنیم:

$$-\frac{5}{2} = -2/5, -\frac{7}{2} = -3/5$$

۱) $-3 \checkmark$

۲) $-\frac{14}{5} = -2/8 \checkmark$

۳) $-4 \times$

۴) $-\frac{16}{5} = -3/2 \checkmark$

بنابراین گزینه "۳" بین دو کسر داده شده قرار ندارد.

در گزینه ۱ عدد بعدی ۳، در گزینه ۲ عدد بعدی ۴، در گزینه ۳ عدد بعدی برابر ۵ است. همه گزینه‌ها با ۲۴۳۵ شروع شده که رقم بعدی در گزینه ۴ از بقیه بزرگتر است.

۱) $1/24353535 \dots$

۲) $1/2435435435 \dots$

۳) $1/243524352435 \dots$

۴) $1/2435555 \dots$

$$0.\overline{142} = 0.\overline{1424242} \dots, 0.\overline{143} = 0.\overline{1434343} \dots$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

$$0.\overline{142} = 0.\overline{142142142} \dots < 0.\overline{142}$$

گزینه ۲:

$$0.\overline{142} = 0.\overline{14222} \dots < 0.\overline{142}$$

گزینه ۳:

$$0.\overline{1425} = 0.\overline{142555} \dots$$

گزینه ۴:

$$0.\overline{1436} = 0.\overline{14363636} \dots > 0.\overline{143}$$

$$\circ/\overline{۸۴۲} = \circ/۸۴۲۴۲\dots$$

$$\circ/\overline{۸۴۳} = \circ/۸۴۳۸۴۳\dots$$

عدد $\circ/\overline{۸۴۲}$ بین دو عدد $\circ/\overline{۸۴۲}$ و $\circ/\overline{۸۴۳}$ قرار ندارد.

$$\circ/\overline{۸۴۲} = \circ/۸۴۲۲\dots \Rightarrow \circ/۸۴۲۲۲\dots < \circ/۸۴۲۴۲\dots$$

بقیه گزینه‌ها بین دو عدد ذکر شده هستند.

ابتدا باید کسرها را ساده کنیم:

$$۱) \frac{۱۲}{۱۴} = \frac{۶}{۷} \times$$

$$۲) \frac{۲۴}{۴۵} = \frac{۸}{۱۵} \times$$

$$۳) \frac{۹}{۴۲} = \frac{۳}{۱۴} \times$$

$$۴) \frac{۱۵}{۲۴} = \frac{۵}{۸} \checkmark$$

باید گزینه‌ها را جایگذاری کنیم تا پس از ساده کردن به کسری دست پیدا کنیم که در مخرج، فقط عامل‌های ۲ و ۵ داشته باشد.

$$۱) \frac{۶}{۵+۲۲} = \frac{۶}{۲۷} = \frac{۲}{۹} = \frac{۲}{۳^۲} \times$$

$$۲) \frac{۶}{۵+۱۹} = \frac{۶}{۲۴} = \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲^۲} \checkmark$$

$$۳) \frac{۶}{۵+۱۳} = \frac{۶}{۱۸} = \frac{۱}{۳} \times$$

$$۴) \frac{۶}{۵+۹} = \frac{۶}{۱۴} = \frac{۳}{۷} \times$$

در مخرج عدد ۹۰ است که تجزیه آن به صورت $۵ \times ۲ \times ۳^۲$ است. برای اینکه به مختوم تبدیل شود، $۳^۲$ باید ساده شود پس در صورت باید مضربی از ۹ باشد.

گزینه "۱": چون a عددی زوج است، می‌توانیم با مخرج ساده کنیم که مخرج آن ۳۵ می‌شود. چون عامل ۷ دارد، پس به مختوم تبدیل نمی‌شود. \times
گزینه "۲": $۳a$ دارای عامل‌های ۲ و ۳ است، پس ۳۰۰ را بر ۶ تقسیم می‌کنیم که ۵۰ می‌شود و دارای عامل‌های ۲ و ۵ است. بنابراین به اعشاری مختوم تبدیل می‌شود. \checkmark

گزینه "۳": ۴۲ بر ۲ تقسیم شود، حاصل ۲۱ خواهد بود که عامل‌های ۳ و ۷ دارد. پس به مختوم تبدیل نمی‌شود. \times
گزینه "۴": $۵a$ دارای عامل‌های ۲ و ۵ است، بنابراین مخرج بر ۱۰ تقسیم می‌شود که در مخرج ۳ می‌ماند. در نتیجه به مختوم تبدیل نمی‌شود. \times

باید در مخرج فقط عامل‌های ۲ و ۵ باشد، پس مخرج باید با ۱۱ ساده شود و a باید مضرب ۱۱ باشد $a = ۱۱$ فقط یک عدد این‌گونه است.

در مخرج عامل‌های ۵ و ۱۱ است که برای تبدیل به اعشاری متناوب ساده باید عامل ۵ حذف شود یعنی a باید مضرب ۵ باشد.

$$a = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$$

می‌دانیم اگر مخرج کسر، ۲ یا ۵ یا توان‌هایی از آن‌ها باشد، کسر مختوم است. برای اینکه این کسر مختوم شود، باید عامل متناوب‌کننده را حذف کنیم، یعنی $63 \times 7 = 3^2 \times 7$ باید از مخرج خارج شود. همچنین چون کسر، کوچکتر از واحد است، پس $1 \leq n \leq 314$ می‌باشد. مضارب ۶۳ را در بین این اعداد پیدا می‌کنیم که عبارت‌اند از:

$$63, 126, 189, 252$$

پس در کل به جای n می‌توان $310 - 4 = 314$ عدد قرار داد تا کسر متناوب شود.

$$0.\overline{47} = \frac{\text{کل ارقام}}{\text{به تعداد ارقام دوره در گردش } 9} = \frac{47}{99}$$

راه‌حل تشریحی:

$$x = 0.\overline{47} \Rightarrow 100x = 47.\overline{47} \Rightarrow 100x - x = 47.\overline{47} - 0.\overline{47}$$

$$\Rightarrow 99x = 47 \Rightarrow x = \frac{47}{99}$$

$$A = 5/666... = 5/\overline{6} \Rightarrow 10A = 56/\overline{6}$$

$$10A - A = 56/\overline{6} - 5/\overline{6} = 51$$

$$\Rightarrow 9A = 51 \Rightarrow A = \frac{51}{9} = \frac{17}{3}$$

عدد اعشاری $0.\overline{227272727}$ متناوب است یعنی در مخرج باید عواملی غیر از ۲ و ۵ داشته باشد.

$$۱) \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3}{2^3} \times$$

$$۲) \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \times$$

$$۳) \frac{5}{22} = \frac{5}{2 \times 11} \checkmark$$

$$۴) \frac{7}{35} = \frac{1}{5} \times$$

$$\frac{5}{11} = 0.\overline{454545\dots}$$

رقم‌های ۴ و ۵ تکرار می‌شوند که در جایگاه‌های فرد رقم ۴ و جایگاه‌های زوج رقم ۵ است، پس رقم صدونجاه‌هفتم، ۴ است.

رقم‌های زوج بعد از اعشار برابر ۱ و رقم‌های فرد برابر ۸ هستند؛ بنابراین رقم‌های بیستم و پنجاهم هر دو برابر ۱ هستند.

$$\frac{7}{22} = 0.\overline{318}$$

$$0.\overline{24} = \frac{24 - 2}{90} = \frac{22}{90}$$

$$\frac{22}{90} \times \frac{10}{10} = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}$$

$$\frac{0.\overline{1}}{0.\overline{11111}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{11111}{100000}} = \frac{100000}{99999}$$

حال با انجام تقسیم بالا، عدد $1/\overline{00001}$ به دست می‌آید.

$$\begin{array}{r} 1/\overline{252525} \dots \\ - 0/\overline{344444} \dots \\ \hline 0/\overline{9080808} \dots \Rightarrow 0/\overline{908} \end{array}$$

$$2/\overline{31313131} \dots$$

$$3/\overline{45454545} \dots$$

$$5/\overline{76868686} \dots \Rightarrow 5/\overline{768}$$

$$5/\overline{768686} \dots$$

$$-1/\overline{272727} \dots$$

$$4/\overline{495959} \dots \Rightarrow 4/\overline{495}$$

دقت کنید در عبارت بالا به آخرین رقم ۶ نباید اعتماد کرد.

$$1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = 0.\overline{3}$$

$$0.\overline{3} + 0.\overline{18} \Rightarrow \begin{cases} 0.\overline{333333} \dots \\ 0.\overline{181818} \dots \end{cases}$$

$$\underline{0.\overline{52221} \dots} \Rightarrow 0.\overline{52}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{828282} \dots \\ - 0.\overline{822222} \dots \\ \hline 0.\overline{006060} \dots \Rightarrow 0.\overline{006} \end{array}$$

$$k = 0.\overline{006}$$

$$\begin{cases} 10k = 0.\overline{06} \\ 1000k = 6.\overline{06} \end{cases} \Rightarrow 990k = 6 \Rightarrow k = \frac{6}{990} = \frac{1}{165} \Rightarrow x = 165 \Rightarrow 1 + 6 + 5 = 12$$

$$\begin{array}{r} 1/00 \quad \left| \begin{array}{l} 12 \\ 0.08333\dots \end{array} \right. \\ \hline 0.96 \\ 0.040 \\ \hline 0.036 \\ \hline 0.004 \end{array}$$

$$\frac{1}{12} = 0.\overline{083} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$a - b = 8 - 3 = 5$$

۵ را بر ۱۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{5}{12} = 0.\overline{41666} \dots = 0.\overline{416}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 4 \\ b = 1 \\ c = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 + 1 - 6 = -1$$

مجموعه $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ ، مجموعه تهی نیست، زیرا $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$ و یک عضو دارد.

گزینه ۳

۴۵

$$\begin{aligned} \mathbb{R} - \mathbb{Q}' &= \mathbb{Q} \\ \mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} &= \mathbb{Z} \end{aligned} \Rightarrow \mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$$

گزینه ۲

۴۶

$$\left. \begin{aligned} [\mathbb{N} \cup \underbrace{(\mathbb{W} - \mathbb{N})}_{\{\circ\}}] &= \mathbb{N} \cup \{\circ\} = \mathbb{W} \\ \mathbb{R} - \mathbb{Q} &= \mathbb{Q}' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbb{W} - \mathbb{Q}' = \mathbb{W}$$

گزینه ۴

۴۷

$$\begin{aligned} &[(\underbrace{\mathbb{Z} - \mathbb{Q}'}_{\mathbb{Z}}) \cup (\underbrace{\mathbb{N} - \mathbb{Q}}_{\emptyset})] \cap (\underbrace{\mathbb{R} - \mathbb{Q}}_{\mathbb{Q}'}) \\ &= (\mathbb{Z} \cup \emptyset) \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset \end{aligned}$$

گزینه ۳

۴۸

مجموعه اعداد گویا یعنی \mathbb{Q} و مجموعه اعداد گنگ یعنی \mathbb{Q}' هیچ اشتراکی ندارند؛ بنابراین مقدار مجموعه $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}'$ برابر با \mathbb{Q} بوده و زیرمجموعه تهی نیست.

گزینه ۴

۴۹

(بازنویسی توسط دپارتمان ریاضی لرنیتو)

$$\frac{3 + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 2} = \frac{3 \times (1 + \sqrt{2})}{2 \times (\sqrt{2} + 1)} = \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$$

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: عدد π گنگ است.

گزینه ۲: بعد از به توان رساندن به $4 - 2\sqrt{3}$ می‌رسیم در آن یک عبارت گویا با یک عبارت گنگ جمع شده است پس حاصل گنگ است.

گزینه ۳: پایانی برای این عدد وجود ندارد و تناوبی تکرارشونده هم در آن به چشم نمی‌خورد که بتوان آن را به یک کسر گویا مرتبط ساخت.

گزینه ۳

۵۰

... $121314/10$ دارای دوره تناوب نیست، پس گنگ است.

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{6} = \sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6 \times \text{گنگ نیست}$$

π^2 گنگ است.

$$(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = 2 \times \text{گنگ نیست}$$

$$\sqrt{20} \times \sqrt{2} = \sqrt{40} \checkmark \text{گنگ است}$$

پس سه عدد گنگ داریم.

گزینه ۲

۵۱

چون ممکن است b و c صفر باشند و در این صورت مخرج کسر را صفر می‌کنند و کسر تعریف نشده می‌شود و دیگر گویا نخواهد بود. ولی در گزینه "۲" که عدد a در مخرج است، چون a طبیعی است مخرج هیچ‌گاه صفر نمی‌شود.

گزینه ۳

۵۲

گزینه "۱": می‌تواند صحیح باشد:

$$\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$

گزینه "۲": می‌تواند گویا باشد:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = 6$$

گزینه "۳": همواره نادرست است.

گزینه "۴": می‌تواند گویا باشد:

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = 2$$

گزینه ۱

۵۳

$$a \in \mathbb{Q}', b \in \mathbb{Q}$$

$$1 \text{ گزینه: } a + b \in \mathbb{Q}' \quad \checkmark$$

فرض کنید $b = 0$ و $a = \sqrt{2}$ در این صورت داریم:

$$2 \text{ گزینه: } \frac{b}{a} = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$3 \text{ گزینه: } ab^2 = \sqrt{2} \times 0 = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$4 \text{ گزینه: } ba^2 = 0 \times (\sqrt{2})^2 = 0 \in \mathbb{Q}$$

گزینه ۴

۵۴

 $\sqrt{-6/25}$ تعریف نشده است.

$$-\sqrt{2/2} \times$$

$$-\sqrt{4/41} = -2/1 \times$$

$$-\sqrt{4/5} \quad \checkmark$$

گزینه ۳

۵۵

$$\sqrt{10} \simeq 3/2 \Rightarrow 1 - \sqrt{10} \simeq -2/2$$

$$\sqrt{18} \simeq 4/3 \Rightarrow -2 + \sqrt{18} \simeq 2/3$$

بین این دو عدد، اعداد $-2, -1, 0, 1$ و 2 قرار دارند.

گزینه ۴

۵۶

$$\sqrt{7} \approx 2/6 \Rightarrow 2\sqrt{7} \approx 5/2 \Rightarrow 2 - 2\sqrt{7} \approx -3/2$$

پس بین ۳- و ۴- است.

گزینه ۲

۵۷

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: اعضای مجموعه A، اعدادی گویا هستند، پس عدد $2 + \sqrt{3}$ که عددی گنگ است، به این مجموعه تعلق ندارد.
گزینه ۲:

$$\sqrt{3} \approx 1/7 \Rightarrow 2 + \sqrt{3} \approx 3/7$$

$$3 \leq x < 3\sqrt{2} \approx 3 \times 1/4 = 4/2 \Rightarrow 3 \leq 2 + \sqrt{3} < 3\sqrt{2} \Rightarrow 2 + \sqrt{3} \in B$$

گزینه ۳:

$$\sqrt{3} \leq x \leq 2 < 2 + \sqrt{3} \Rightarrow 2 + \sqrt{3} \notin C$$

گزینه ۴: نامساوی داده شده در گزینه ۴ اشتباه است. هیچ عددی وجود ندارد که از ۲ بزرگتر و از $1/7 \approx \sqrt{3}$ کوچکتر باشد.

گزینه ۱

۵۸

اعداد $3/14$ ، $3/\sqrt{14}$ و $0/010101\dots$ اعداد گویا و π عددی گنگ است.

گزینه ۲

۵۹

ابتدا دو عدد را رادیکالی می‌نویسیم.

$$\sqrt{9}, \sqrt{17/1}$$

$$\sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{17}$$

۷ عدد خواهیم داشت.

گزینه ۲

۶۰

بین دو عدد $\sqrt{4}$ و $\sqrt{16}$ به دنبال عدد گنگ هستیم.

۱۰ عدد: $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$

گزینه ۲

۶۱

الف) نادرست است.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

ب) نادرست است. اعداد اعشاری متناوب، گویا هستند.

پ) صحیح است.

ت) نادرست است.

$$Q - Q' = Q, \quad Q' - Q = Q'$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است، زیرا اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد گویا است، بنابراین تمام اعداد صحیح، گویا هستند.

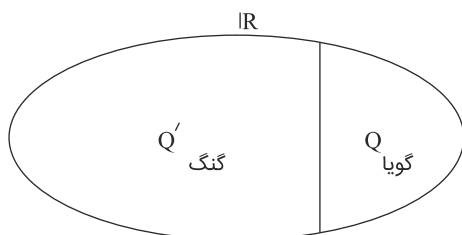
گزینه ۲: نادرست است، زیرا:

$$x \in \mathbb{Z} \text{ اگر } \Rightarrow x+1 \in \mathbb{Z} \xrightarrow{\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}} x+1 \in \mathbb{R}$$

گزینه ۳: درست است. برای مثال اگر $x = 4$ باشد، داریم:

$$\sqrt{x} = \sqrt{4} = 2 \notin \mathbb{Q}'$$

گزینه ۴: نادرست است، زیرا عددها به دو دسته گویا و گنگ تقسیم می‌شوند و عددی وجود ندارد که هم گویا و هم گنگ باشد.

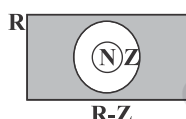


جمله اول: نادرست

جمله دوم: درست

جمله سوم: نادرست، می‌تواند ۲ و ۵ را نیز داشته باشد، ولی غیر از ۲ و ۵ نیز باید باشد.

جمله چهارم: نادرست



جمله پنجم: نادرست $\sqrt{2} \times 0 = 0$
فقط یک عبارت درست داریم.

Bekrinoo
academy

گزینه "۱" نادرست است، مثال نقض:

$$\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0 \in \mathbb{Q}$$

گزینه "۲" صحیح است، $\frac{21}{28} = 0/75$ و مختوم است.

گزینه "۳" نادرست است، زیرا:

$$4 < 5 < 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow 4 < 2\sqrt{5} < 6 \Rightarrow 7 < 3 + 2\sqrt{5} < 9$$

گزینه "۴" نادرست است، زیرا:

بین دو عدد صحیح ۷ و ۹ قرار دارد.

$$\begin{cases} -\frac{3}{7} = -\frac{15}{35} \\ -\frac{2}{5} = -\frac{14}{35} \end{cases} \Rightarrow -\frac{14}{35} > -\frac{15}{35} \Rightarrow -\frac{2}{5} > -\frac{3}{7}$$

سعی می‌کنیم مثال نقض برای گزینه‌ها پیدا کنیم.

$$۱) \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6 \quad \times$$

$$۲) 0 \times \sqrt{2} = 0 \quad \times$$

$$۳) \text{همواره صحیح است} \quad \checkmark$$

$$۴) \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \quad \times$$

اعداد صحیحی هستند که A شاملشان نیست.



$$۱) -4 < -\sqrt{15} < -3 \xrightarrow{+3} -1 < 3 - \sqrt{15} < 0 \quad \checkmark$$

$$۲) -1 < -\sqrt{0/3} < 0 \xrightarrow{-1} -2 < -1 - \sqrt{0/3} < -1 \quad \checkmark$$

$$۳) \sqrt{12} \simeq 3/4 \Rightarrow 2\sqrt{12} - 4 \simeq 6/1 - 4 = 2/1 \quad \times$$

$$۴) \sqrt{20} - \sqrt{21} \simeq 4/5 - 4/6 = -0/1 \quad \checkmark$$

$$-2 < -\sqrt{2} < -1 \Rightarrow -1 < 1 - \sqrt{2} < 0$$

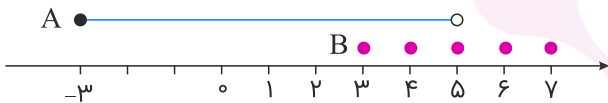
$$2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow 3 < \sqrt{5} + 1 < 4 \quad \times$$

$$-5 < -\sqrt{17} < -4 \Rightarrow -2 < 3 - \sqrt{17} < -1 \quad \times$$

$$5 < \sqrt{34} < 6 \Rightarrow 0 < \sqrt{34} - 5 < 1$$

$$3 < \sqrt{12} < 4 \Rightarrow -1 < \sqrt{12} - 4 < 0$$

باتوجه به اینکه \mathbb{N} مجموعه اعداد طبیعی بوده و اعضا آن به صورت $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ هستند. مجموعه A فقط می‌تواند اعداد ۱ و ۲ را بپذیرد:
 $A = \{1, 2\}$



اشتراک این دو مجموعه فقط عضوهای ۳ و ۴ است، پس دو عضو مشترک دارد.

هستند A در اعداد طبیعی که در ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

هستند B در اعداد طبیعی که در ۴, ۵, ۶, ...

پس فقط ۱, ۲ و ۳ هستند که A وجود دارند ولی در B نیستند.

$$A = \{x \in \mathbb{N} | \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}\} = \{ \} = \emptyset$$

مجموعه A هیچ عضوی ندارد، پس تنها زیرمجموعه آن تهی است.

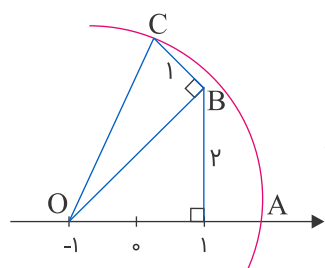
$$B = \{x \in \mathbb{Z} | -\sqrt{2} < x < 0\} = \{-1\}$$

مجموعه B، ۱ عضو دارد و در نتیجه $2^1 = 2$ زیرمجموعه دارد.

$$C = \{x \in \mathbb{Q}' | \sqrt{2} < x < \sqrt{3}\}$$

مجموعه C نیز بی‌شمار عضو دارد و مورد قبول نیست.

$$-1 + \sqrt{5}$$

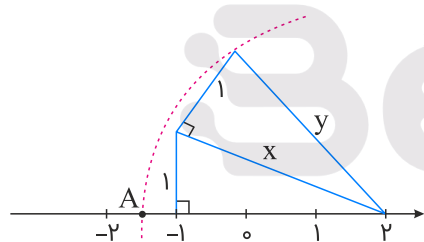


$$OB^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow OB = \sqrt{8}$$

$$OC^2 = \sqrt{8}^2 + 1^2 \Rightarrow OC = 3 \Rightarrow OA = 3$$

$$A = -1 + 3 = 2$$

ابتدا وتر مثلث پایینی، سپس وتر مثلث بالایی که همان شعاع دایره است را به دست می‌آوریم.

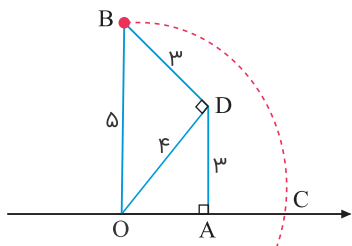


$$x^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$y^2 = 1^2 + \sqrt{10}^2 \Rightarrow y = \sqrt{11}$$

$$A = 2 - \sqrt{11}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث OAD مقدار OA را به دست می‌آوریم:



$$\begin{aligned} \triangle OAD : OA^2 &= OD^2 - AD^2 \\ \Rightarrow OA^2 &= 16 - 9 = 7 \Rightarrow OA = \sqrt{7} \end{aligned}$$

از آنجا که $OB = OC$ داریم:

$$AC = OC - OA = 5 - \sqrt{7}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورس داریم:

$$DA^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow DA^2 = 10 \Rightarrow DA = \sqrt{10}$$

$$A = -4 + \sqrt{10}$$

$$AM^2 = 1^2 + (\sqrt{10})^2 = 1 + 10 = 11 \Rightarrow AM = \sqrt{11}$$

$$AM = AB = 4 \Rightarrow B = -4 + \sqrt{10} + 4 = \sqrt{10}$$

اولاً طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 + CD^2 = AD^2 (*)$$

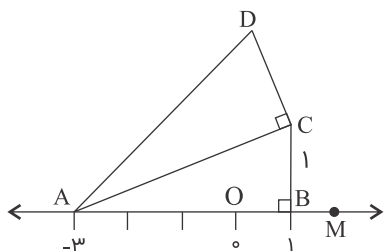
$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 4^2 + 1^2 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{17}$$

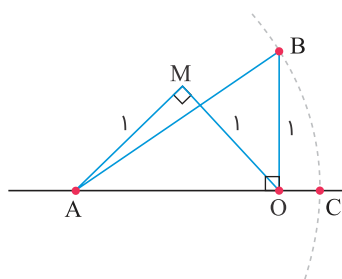
همچنین چون به مرکز A کمان زده‌ایم، پس $AD = AM$ و داریم:

$$AM = AO + OM = +3 + (-3 + \sqrt{21}) = \sqrt{21}$$

پس باتوجه به (*) داریم:

$$(\sqrt{17})^2 + CD^2 = (\sqrt{21})^2 \Rightarrow CD^2 = 21 - 17 = 4 \Rightarrow CD = 2$$





$$OA^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow OA = \sqrt{2} \Rightarrow A = -\sqrt{2}$$

$$AB^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 \Rightarrow AB^2 = 3 \Rightarrow AB = \sqrt{3} = AC$$

$$C = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \underbrace{|\sqrt{3} - \sqrt{2}|}_{\text{مثبت}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

بنابراین گزینه "۲" صحیح است.

$$|B - A| = |2\sqrt{2} - 3| + |\sqrt{17} - 3| = 3 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$$

همچنین می‌دانیم طول پاره‌خط AB برابر با |B - A| است، پس:

$$\begin{cases} AB = \sqrt{2} \\ AE = 1 \end{cases} \Rightarrow BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 1$$

$$\begin{cases} AC = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \\ AE = 1 \end{cases} \Rightarrow CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = \sqrt{5}$$

$$BD = BC = BE + EC = 1 + \sqrt{5}$$

B = 2 و همچنین طول BD برابر با 1 + \sqrt{5} است، پس D = 3 + \sqrt{5} می‌شود.

$$\begin{cases} B = 1 - \sqrt{1^2 + 2^2} = 1 - \sqrt{5} \\ A = 2 + \sqrt{1^2 + 2^2} = 2 + \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow A + B = 2 + \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 3$$

$$\begin{cases} A = -1 - \sqrt{1^2 + 1^2} = -1 - \sqrt{2} \\ B = 1 + \sqrt{2^2 + 1^2} = 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله } A \text{ و } B = B - A = 1 + \sqrt{5} - (-1 - \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$A = -5 + \sqrt{5}$$

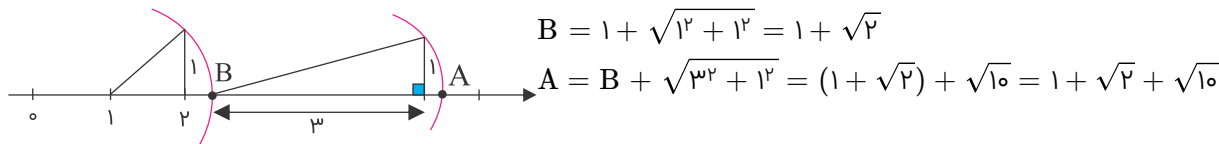
$$B = -1 - \sqrt{2}$$

$$\text{فاصله} : -1 - \sqrt{2} - (-5 + \sqrt{5}) = -1 - \sqrt{2} + 5 - \sqrt{5} = 4 - \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$A = 2 + \sqrt{5}, \quad B = -2 + \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{AB} = -2 + \sqrt{2} - 2 - \sqrt{5} = -4 + \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

ابتدا نقطه B را به دست می‌آوریم.



با جایگذاری متوجه می‌شویم که به ازای صفر و اعداد مثبت، حاصل این عبارت صفر می‌شود.

$$|a| - a \xrightarrow{a=0} |0| - 0 = 0$$

$$|a| - a \xrightarrow{a=2} |2| - 2 = 2 - 2 = 0$$

$$x + |x| = 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

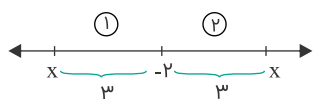
فاصله نقطه نمایش عدد a از مبدأ قدرمطلق a است:

$$|3a + 2| = |3a - 1| \Rightarrow 3a + 2 = \pm(3a - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 2 = 3a - 1 \Rightarrow 2 = -1 \text{ غلط} \\ 3a + 2 = -(3a - 1) \Rightarrow 6a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{6} \end{cases}$$

$$a = -\frac{1}{6} : 3a + 2 = \frac{3}{2}, \quad 3a - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله دو عدد} = \left| \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \right| = 3$$



$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad x + 3 = -2 \Rightarrow x + 2 = -3 \\ 2) \quad -2 + 3 = x \Rightarrow x + 2 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow |x + 2| = 3$$

منظور از فاصله نقطه x از $\sqrt{3}$ یعنی $|x - \sqrt{3}|$ ؛ بنابراین باید نامعادله زیر حل شود:

$$|x - \sqrt{3}| > \sqrt{12} \Rightarrow \begin{cases} x - \sqrt{3} > \sqrt{12} \Rightarrow x - \sqrt{3} > 2\sqrt{3} \Rightarrow \underline{x > 3\sqrt{3}} \\ x - \sqrt{3} < -\sqrt{12} \Rightarrow x - \sqrt{3} < -2\sqrt{3} \Rightarrow \underline{x < -\sqrt{3}} \end{cases}$$

عدد π تقریباً $3/14$ است.

$$|3 - \pi| + |\pi - 7| + 3 = -3 + \pi - \pi + 7 + 3 = 7$$

$$|2 - \sqrt{5}| - |1 - \sqrt{5}| - 1 = -2 + \sqrt{5} - (-1 + \sqrt{5}) - 1 = -2 + \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} - 1 = -2$$

$$|\sqrt{\lambda - 3}| - \sqrt{2}|2 - 3\sqrt{2}| = -\sqrt{\lambda} + 3 - \sqrt{2}(-2 + 3\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} - 3(2) = 3 - 6 = -3$$

$$|\underbrace{2 - \sqrt{10}}_{-} + |\underbrace{3 - \sqrt{10}}_{-} - |\underbrace{\sqrt{10} - 1}_{+}| = -2 + \sqrt{10} - 3 + \sqrt{10} - \sqrt{10} + 1 = -4 + \sqrt{10}$$

$$\sqrt{(\omega - \sqrt{2\lambda})^2} - |\omega - \sqrt{\gamma}| = ?$$

$$\sqrt{2\lambda} = \sqrt{4 \times \gamma} = 2\sqrt{\gamma}$$

$$25 < 2\lambda < 36 \Rightarrow 5 < \sqrt{2\lambda} < 6 \Rightarrow -6 < -\sqrt{2\lambda} < -5$$

$$\Rightarrow -1 < \omega - \sqrt{2\lambda} < 0 \Rightarrow |\omega - \sqrt{2\lambda}| = \sqrt{2\lambda} - \omega$$

$$4 < \gamma < 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{\gamma} < 3 \Rightarrow -3 < -\sqrt{\gamma} < -2 \Rightarrow 2 < \omega - \sqrt{\gamma} < 3$$

$$\Rightarrow |\omega - \sqrt{\gamma}| = \omega - \sqrt{\gamma}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} : \sqrt{(\omega - \sqrt{2\lambda})^2} - |\omega - \sqrt{\gamma}| = |\omega - \sqrt{2\lambda}| - |\omega - \sqrt{\gamma}|$$

$$= (\sqrt{2\lambda} - \omega) - (\omega - \sqrt{\gamma}) = 2\sqrt{\gamma} - \omega - \omega + \sqrt{\gamma} = 3\sqrt{\gamma} - 10$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} - \sqrt{2}|1 - \sqrt{2}| &= \underbrace{|3 + \sqrt{2}|}_{+} - \sqrt{2} \underbrace{|1 - \sqrt{2}|}_{-} \\ &= (3 + \sqrt{2}) - \sqrt{2}(-1 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) \\ &= 3 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} - 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - 2\sqrt{3} &= -1 + \sqrt{3} - 2 \underbrace{|2 - \sqrt{3}|}_{\text{مثبت}} - 2\sqrt{3} \\ &= -1 + \sqrt{3} - 2(2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = -1 + \sqrt{3} - 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - 2 &= |1 - \sqrt{3}| + |2 - \sqrt{3}| - 2 \\ &= -1 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(2 - \sqrt{10})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(4 - \sqrt{10})^2} &= |2 - \sqrt{10}| + |3 - \sqrt{10}| - |4 - \sqrt{10}| \\ &= -(2 - \sqrt{10}) - (3 - \sqrt{10}) - (4 - \sqrt{10}) = -2 + \sqrt{10} - 3 + \sqrt{10} - 4 + \sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 9 \end{aligned}$$

$$|3x - 1| + |x - 4| + 3 - x = \underbrace{|3 - 1|}_{|2|} + \underbrace{|1 - 4|}_{|-3|} + 3 - 1 = 2 + 3 + 2 = 7$$

$$\frac{|a - b| - |-4 - a|}{|a| - |b|} = \frac{|-2 - (-5)| - |-4 - (-2)|}{|-2| - |-5|} = \frac{|3| - |-2|}{2 - 5} = \frac{1}{-3}$$

ابتدا جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} |1 - (-\sqrt{3})| - \left| \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} \right| + (\sqrt{3} - 2) \\ &= |1 + \sqrt{3}| - \left| \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} \right| + (\sqrt{3} - 2) \\ &= 1 + \sqrt{3} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \right) + \sqrt{3} - 2 = 1 + \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{|-2 - (\sqrt{5} - (-1\frac{1}{5}))|}^{\text{مثبت}} - \overbrace{|-2 + \sqrt{5}|}^{\text{مثبت}} = |-2 - (\sqrt{5} + 1\frac{1}{5})| - (-2 + \sqrt{5}) \\
 & = \overbrace{|-2 - \sqrt{5} - 1\frac{1}{5}|}^{\text{منفی}} + 2 - \sqrt{5} = 2 + \sqrt{5} + 1\frac{1}{5} + 2 - \sqrt{5} = 5\frac{1}{5} = 5/5
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2} - |1-x| = \overbrace{|x|}^{\dagger} - \overbrace{|1-x|}^{\dagger} = -x - (1-x) = -x - 1 + x = -1$$

$$\begin{aligned}
 1 < x &\Rightarrow 0 < x-1 \Rightarrow |x-1| = x-1 \\
 x < 2 &\Rightarrow -x > -2 \Rightarrow 3-x > 3-2 = 1 \Rightarrow 3-x > 0 \Rightarrow |3-x| = 3-x \\
 1 < x &\Rightarrow 2 < 2x \Rightarrow 2-1 < 2x-1 \Rightarrow 1 < 2x-1 \Rightarrow 0 < 2x-1 \Rightarrow |2x-1| = 2x-1 \\
 &\Rightarrow |x-1| + |3-x| - |2x-1| = x-1 + 3-x - (2x-1) = 2-2x+1 = 3-2x
 \end{aligned}$$

اگر $2 < x < 3$ باشد، عبارت $3-x$ منفی، $5-x$ مثبت و $2x-1$ نیز مثبت است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{(x-3)^2} + |5-x| - |2x-1| &= \underbrace{|x-3|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|5-x|}_{\text{مثبت}} - \underbrace{|2x-1|}_{\text{مثبت}} \\
 &= -x+3+5-x-2x+1 = -4x+9 = \underline{9-4x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(-1-2a)^2} &= \overbrace{|a-b|}^{\text{مثبت}} + \overbrace{|a+2|}^{\text{مثبت}} - \overbrace{|-1-2a|}^{\text{منفی}} \\
 &= a-b+a+2-(1+2a) = 2a-b+2-1-2a = 1-b
 \end{aligned}$$

$$|a-b| - |a| + |b| = a-b-a+(-b) = -b-b = -2b$$

$$\begin{aligned}
 \overbrace{|a-b-2|}^{\text{منفی}} - \overbrace{|a-1|}^{\text{منفی}} + \overbrace{|b+1|}^{\text{مثبت}} &= -a+b+2-(-a+1)+b+1 \\
 &= \cancel{-a}+b+2+\cancel{a}-\cancel{1}+b+\cancel{1} = 2b+2
 \end{aligned}$$

$$0 < a < b \Rightarrow \begin{cases} a - b < 0 \\ b - a > 0 \end{cases}$$

$$\left| \frac{a-b}{2} \right| + \left| \frac{a+b-2a}{2} \right| = \underbrace{\left| \frac{a-b}{2} \right|}_{\text{منفی}} + \underbrace{\left| \frac{b-a}{2} \right|}_{\text{مثبت}} = -\frac{a-b}{2} + \frac{b-a}{2} = \frac{-a+b+b-a}{2} = \frac{2b-2a}{2} = b-a$$

چون $b > 0$ و $a < 0$ است، پس $ab < 0$ و $a < b$ است.

$$|a-b| - |2a| - |b| = -a + b - (-2a) - b = +a$$

$$|a-b| - |c-b| + a - c = a - b + c - b + a - c = 2a - 2b$$

$$0 < a < b < 1$$

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow -fa < 0 \Rightarrow |-fa| = fa \\ \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \Rightarrow a+b > 0 \Rightarrow -a-b < 0 \Rightarrow |-a-b| = |-(a+b)| = a+b \\ 0 < a < b \Rightarrow a-b < 0 \Rightarrow a-b-2 < -2 \\ \Rightarrow |a-b-2| = -(a-b-2) = -a+b+2 \end{cases}$$

$$|a-b-2| + |-a-b| - 3| -fa| = \cancel{a+b+2} + \cancel{a+b-3} (fa) = 2b+2-3a = 2(b-3a+1)$$

$$\sqrt{a^2} = |a| \xrightarrow{a < 0} -a$$

$$ab < 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$$

$$f\left(\frac{a}{b} + 3\right) - 2\left(\frac{b}{a} + 3\right) = f^{-1+3} - 2^{1+3} = f^2 - 2^4 = 0$$

گزینه "۲" همواره صحیح است.

مثال نقض برای گزینه‌های "۱"، "۳" و "۴":

گزینه ۱: $a > 0, b > 0 \Rightarrow |ab| + ab = ab + ab = 2ab \neq 0$

گزینه ۳: $a = 4, b = -2 \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = |4-2| = 2 \\ |a| + |b| = |4| + |-2| = 6 \Rightarrow 2 \neq 6 \end{cases}$

گزینه ۴: $a = 4, b = -2 \Rightarrow \begin{cases} |ab| = |4 \times (-2)| = 8 \\ ab = (4) \times (-2) = -8 \Rightarrow 8 \neq -8 \end{cases}$

a و b هر دو منفی هستند.

$$۱) |ab| = ab \checkmark$$

$$۲) |\bar{a}| + |\bar{b}| = -a - b, |a + b| = -a - b \checkmark$$

$$۳) |a + b| = -a - b \times$$

$$۴) |\bar{a}| + |\bar{b}| = -a - b \checkmark$$

$$|a + b| = |a| + |b|$$

$$|a + b| - |a| - |b| - \frac{|ab|}{|a|} = \cancel{|a|} + |b| - \cancel{|a|} + |b| - \frac{|ab|}{|a|}$$

$$= ۲|b| - \frac{|ab|}{|a|} = ۲|b| - \frac{|a||b|}{|a|} = ۲|b| - |b| = \underbrace{|b|}_{b < 0} = -b$$

$$|a| = -a \Rightarrow a < 0$$

$$|a + b| < |a| + |b| \Rightarrow ab < 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$$

$$bc < 0 \xrightarrow{b > 0} c < 0$$

$$\frac{|a|}{a} - \frac{b}{|b|} + \frac{|c|}{c} = \frac{-a}{a} - \frac{b}{b} + \frac{-c}{c} = -1 - 1 - 1 = -3$$

$$\begin{cases} a = -\frac{۲}{۳}, b = -\frac{۱}{۳} \\ \frac{a}{b} = \frac{-\frac{۲}{۳}}{-\frac{۱}{۳}} = \frac{۲}{۱} = ۲ \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{۵}{۳}, b = \frac{۴}{۳} \\ \frac{a}{b} = \frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۵}{۴} \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -۲b \Rightarrow a + b = -۲b + b = -b \\ a - b = -۲b - b = -۳b \end{cases} \Rightarrow -b \in \mathbb{Z} \Rightarrow -۳b \in \mathbb{Z}$$

پس این بین a و b هرگز برقرار نمی‌باشد.

گزینه ۳

۱۲۰

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = |x| - |y| \begin{matrix} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{matrix} \rightarrow x - (-y) = x + y$$

گزینه ۳

۱۲۱

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{(-y)^2} = |x| - |-y| = |x| - |y| = -x - y$$

$$\begin{cases} x \text{ منفی} \\ y \text{ مثبت} \end{cases}$$

گزینه ۴

۱۲۲

$$2\sqrt{(y-x)^2} - 2\sqrt{(z-x)^2} + \sqrt{(y-z)^2} = z - y$$

$$\Rightarrow 2|y-x| - 2|z-x| + |y-z| = z - y$$

$$\Rightarrow 2|y-x| - 2|z-x| - z + y = -|y-z|$$

از آنجا که در سمت راست فقط y و z باقی مانده، پس باید از سمت چپ، x را حذف کنیم. بنابراین ۲ حالت پیش می‌آید:

$$1) y - x > 0, z - x > 0 \Rightarrow 2y - 2x - 2z + 2x - z + y = 3y - 3z = -|y-z| \quad \times$$

$$2) y - x < 0, z - x < 0 \Rightarrow -2y + 2x + 2z - 2x - z + y = -y + z = -|y-z|$$

$$\Rightarrow -(y-z) = -|y-z| \Rightarrow y-z > 0 \Rightarrow y > z$$

پس: $z < y < x$ در نتیجه $y < x$ و $z < x$, $y > z$.

گزینه ۳

۱۲۳

$$a < 0, b < 0 \Rightarrow \frac{a}{-a} + \frac{-b}{b} = -1 + (-1) = -2$$

پس باید هردو منفی باشند.

گزینه ۲

۱۲۴

$$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{|a+b|}^{\text{منفی}} - \overbrace{|b|}^{\text{منفی}} + a = -a - b - (-b) + a = -a - b + b + a = 0$$

معادله داده شده به ازای سایر گزینه‌ها همواره برقرار نیست.

گزینه ۳

۱۲۵

شرط‌های مختلف را بررسی می‌کنیم و در گزینه ۳ به جواب صحیح می‌رسیم.

$$a < 0, b > 0 \Rightarrow \underbrace{|a-b|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|a|}_{\text{منفی}} - \underbrace{|b|}_{\text{مثبت}} = -a + b - a - b = -2a$$

$$\sqrt{ab^r c^s} \times \sqrt{-a^r b^s c} = 2 \Rightarrow \sqrt{(ab^r c^s) \times (-a^r b^s c)} = 2 \Rightarrow \sqrt{-a^3 b^{\Delta} c^F} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{-a \times a^r \times b \times b^s \times c^F} = \sqrt{-ab(a^r b^s c^F)} = |ab^r c^r| \sqrt{-ab} = 2$$

اگر $-ab > 0 \Rightarrow ab < 0$: $-ab$ عددی مثبت باشد، آنگاه حاصل عبارت می‌تواند برابر ۲ شود.

$$\sqrt{(-\Delta)^F a^{\Delta} b^s} = \Delta^r a^r |b| \sqrt{ab} = -r \Delta a^r b \sqrt{ab} \Rightarrow |b| = -b \Rightarrow b < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} ab > 0 \\ b < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a < 0$$

$$A = |\sqrt{18} - x + \sqrt{12}| + \sqrt[3]{5} = |3\sqrt{2} - x + 2\sqrt{3}| + \sqrt[3]{5}$$

$$= |(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - x| + \sqrt[3]{5}$$

کمترین مقدار A زمانی اتفاق می‌افتد که عبارت داخل قدر مطلق برابر با صفر باشد. بنابراین:

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - x = 0 \Rightarrow x = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$|x - 1| + \sqrt{x^2} = x + 10 \Rightarrow \underbrace{|x - 1|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|x|}_{\text{منفی}} = x + 10$$

$$\Rightarrow -x + 1 - x = x + 10 \Rightarrow -3x = 9 \Rightarrow x = -3$$

داخل قدر مطلق باید ۷ یا -۷ باشد.

$$\begin{cases} x - 2 = 7 \Rightarrow x = 9 \\ x - 2 = -7 \Rightarrow x = -5 \end{cases} \Rightarrow 9 + (-5) = 4$$

$$|x^2 - 1| = 2 \Rightarrow x^2 - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 2 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \times \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب جواب‌ها} = (\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = -3$$

$$|x| - \sqrt{13} = \sqrt{7}$$

$$1) |x| - \sqrt{13} = \sqrt{7} \Rightarrow |x| = \sqrt{13} + \sqrt{7} \\ \Rightarrow x_1 = \sqrt{13} + \sqrt{7} \text{ یا } x_2 = -\sqrt{13} - \sqrt{7}$$

$$2) |x| - \sqrt{13} = -\sqrt{7} \Rightarrow |x| = \sqrt{13} - \sqrt{7} \\ \Rightarrow x_3 = \sqrt{13} - \sqrt{7} \text{ یا } x_4 = \sqrt{7} - \sqrt{13}$$

$$9 < 10 < 16 \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} = \underbrace{|3 - \sqrt{10}|}_{\text{منفی}} = -(3 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 3$$

$$3 < \sqrt{10} < 4 \xrightarrow{-3} 0 < \sqrt{10} - 3 < 1$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1) \{-1, 1\}$$

$$2) \{1, -1\}$$

$$3) \{1, -1\}$$

$$4) \{1, -1, 0\}$$

Bekrinoo
academy