۱ گزینه ۱

$۲\sqrt{x^۲} = ۲|x| \Rightarrow$ تک‌جمله‌ای نیست

$۲x^۲ + ۳x^۳ \Rightarrow$ دوجمله‌ای است

$۱۲^{-۱} = \frac{۱}{۱۲}x^۰ \Rightarrow$ تک‌جمله‌ای است ✓

$\frac{۱}{x} = x^{-۱} \Rightarrow$ تک‌جمله‌ای نیست

۲ گزینه ۳

عبارت‌های $\sqrt{۲}x$، $\sqrt[۳]{x^۳}$ و $\frac{x}{۵}$ یک جمله‌ای هستند.

۳ گزینه ۳

در عبارت $۴y^{-۱} - y^۲ = \frac{۴}{y} - y^۲$ چون متغیر y دارای توان منفی است، چندجمله‌ای نیست.

۴ گزینه ۲

x درجه نسبت به $= ۵ \Rightarrow ۲n - ۱ = ۵ \Rightarrow n = ۳$

$۲x^۳y^۲ - ۳x^۵y^۴ + x^۲y^۱$

y درجه نسبت به $= ۴$

۵ گزینه ۱

x دارای توان‌های ۴ و $۲n - ۱$ می‌باشد که چون نسبت به x از درجهٔ ۷ است، پس:

$۲n - ۱ = ۷ \Rightarrow n = ۴$

$۳x^۴y^{۱۱}z^۸ - ۲x^۷y^۸$

درجهٔ جملهٔ اول ۲۳ و درجهٔ جملهٔ دوم ۱۵ است، پس درجه نسبت به تمامی متغیرها برابر با ۲۳ می‌باشد.

۶ گزینه ۱

بزرگ‌ترین توان x باید ۳ باشد پس: $a = ۳$ مجموع توان‌های جمله اول $۲ + b$ و جمله دوم $۳ + ۲b$ است که توان بزرگ‌تر $۳ + ۲b$ است که باید برابر ۹ باشد.

$۳ + ۲b = ۹ \Rightarrow ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$

$a - b = ۳ - ۳ = ۰$

۷ گزینه ۴

پس توان‌های x و z برابرند.

$$۲n - ۲ = n + ۱ \Rightarrow n = ۳$$

$$\text{درجه نسبت به } y : n - ۱ \Rightarrow ۳ - ۱ = ۲$$

۸ گزینه ۱

$$\begin{cases} \frac{۳}{۴}x^{(a+b+۲)}y^{(b+۱)} \\ y\,,\,x \text{ درجه نسبت به} = a + b + ۲ + b + ۱ = a + ۲b + ۳ \\ x\,,\,z \text{ درجه نسبت به} = a + b + ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۸x^{۴}y^{۲b}z^{۳} \\ y\,,\,x \text{ درجه نسبت به} = ۴ + ۲b \\ x\,,\,z \text{ درجه نسبت به} = ۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + ۲b + ۳ = ۴ + ۲b \Rightarrow a = ۱ \\ a + b + ۲ = ۷ \Rightarrow a + b = ۵ \end{cases} \Rightarrow b = ۴$$

بنابراین:

$$۳a - ۲b + ۶ = ۳ - ۸ + ۶ = ۱$$

۹ گزینه ۳

$$(۳x^{۲}y - xy^{۲})(۳x^{۲}y + xy^{۲}) = (۳x^{۲}y)^{۲} - (xy^{۲})^{۲}$$
$$= ۹x^{۴}y^{۲} - x^{۲}y^{۴}$$

درنتیجه درجه نسبت به متغیر y برابر با ۴ است.

۱۰ گزینه ۲

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم.

$$(۲x^{۲}y)^{۳}(xy^{۲}) - xy^{۴}(۳x^{۳}y)^{۳} = (۸x^{۶}y^{۳})(xy^{۲}) - xy^{۴}(۲۷x^{۹}y^{۳}) = ۸x^{۷}y^{۵} - ۲۷x^{۱۰}y^{۷}$$

بنابراین درجه نسبت به x برابر با ۱۰ است.

Bekrinoo academy

۱۱ گزینه ۳

تعریف یک‌جمله‌ای: هر عبارت را که به‌صورت حاصل‌ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفیِ یک یا چند متغیر باشد، تک‌جمله‌ای (یک‌جمله‌ای) می‌نامیم.

چون ضریب $x^{۲}$ مدنظر است و نباید بین دو عبارت، علامت جمع یا تفریق باشد، پس باید توان x در عبارت دوم هم ۲ باشد:

$$m-۱=۲\Rightarrow m=۳$$

$$x^{۲}+(m+n)x^{m-۱}\cdot y^{۲m-n}=x^{۲}(۱+(m+n)y^{۲m-n})$$

$$y^{۲m-n}=y^{۰}=۱\Rightarrow ۲m-n=۰\Rightarrow ۲m=n\Rightarrow n=۲\times ۳=۶$$

$$\Rightarrow ۱+(m+n)=۱+۶+۳=۱۰$$

۱۲ گزینه ۴

عامل‌های اول ۱۰^{k}، اعداد ۲ و ۵ هستند، پس توان عامل ۳ باید صفر باشد تا تبدیل به یک و بی‌تاثیر شود:

$$(-۳^{-۲})^{\frac{۳-x-z}{۲}}=۳^{۰}=۱$$

پس داریم:

$$\frac{۳-x-z}{۲}=۰\Rightarrow ۳-x-z=۰\Rightarrow x+z=۳$$

$$(\frac{۱}{۴})^{x-۱}\times(-۵^{y+۳})^{-۲}\times(-۳^{-۲})^{\frac{۳-x-z}{۲}}=(۲^{-۲})^{x-۱}\times(-\frac{۱}{۵^{y+۳}})^{۲}\times ۱$$

$$=۲^{-۲x+۲}\times(-۵^{-y-۳})^{۲}=۲^{-۲x+۲}\times ۵^{-۲y-۶}=۲^{k}\times ۵^{k}$$

$$-۲x+۲=-۲y-۶\Rightarrow ۲y-۲x=-۶-۲=-۸\xrightarrow{\div ۲} y-x=-۴$$

حال داریم:

$$x^{۲}+xz-xy-yz=x(x+z)-y(x+z)=(x+z)(x-y)$$

$$=(x+z)\times(-(y-x))=۳\times(-(-۴))=۱۲$$

۱۳ گزینه ۴

$$(۲-\sqrt{۳})^{۲}=۲^{۲}+\sqrt{۳}^{۲}-۲(۲)(\sqrt{۳})=۴+۳-۴\sqrt{۳}=۷-۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=۷\\b=۴\end{cases}\Rightarrow a+b=۱۱$$

۱۴ گزینه ۳

$$(۳-\sqrt{۲})^{۲}=۹+۲-۶\sqrt{۲}\ ,\ (۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})=۹-۵=۴$$

$$۱۱-۶\sqrt{۲}-۴=\underbrace{۷-۶\sqrt{۲}}_{a+b\sqrt{۲}}\Rightarrow \underbrace{a=۷\ ,\ b=-۶}_{a+b=۱}$$

۱۵ گزینه ۲

اتحاد یک جمله‌مشترک می‌باشد:

$$(۲x+۲)(۲x+۳)=۴x^۲+۱۰x+۶ \xrightarrow{a=۴\ ,\ b=۱۰\ ,\ c=۶} ۴+۱۰-۶=۸$$

۱۶ گزینه ۴

$$(x+m)(x-n)=x^۲+(m-n)x-mn=x^۲+۲x+m$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} m-n=۲ \\ -mn=m \Rightarrow -n=۱ \Rightarrow \underline{n=-۱} \end{matrix} \Rightarrow m+۱=۲ \Rightarrow \underline{\underline{m=۱}}$$

۱۷ گزینه ۳

$$(x^۲-۳)(۲x^۲+۱)=۲x^۴-۶x^۲+x^۲-۳=۲x^۴-۵x^۲-۳$$

$$۲x^۴-۵x^۲-۳=ax^۴+bx^۲+c \begin{cases} a=۲ \\ b=-۵ \\ c=-۳ \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-۶$$

۱۸ گزینه ۳

$$(۲x-۱)^۳=(۲x-۱)(۲x-۱)(۲x-۱)$$
$$=(۲x-۱)(۴x^۲-۴x+۱)=۸x^۳-۸x^۲+۲x-۴x^۲+۴x-۱$$
$$=\underline{\underline{۸x^۳}}-۱۲x^۲+\underline{۶x}-۱=\underline{\underline{ax^۳}}-۱۲x^۲+\underline{bx}-۱$$
$$\Rightarrow a=۸\ ,\ b=۶ \Rightarrow \sqrt{a^۲+b^۲}=\sqrt{۸^۲+۶^۲}=\sqrt{۶۴+۳۶}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$$

۱۹ گزینه ۲

$$(x-۱)\left(x^۳+bx^۲+ax-۲\right)=x^۴+bx^۳+ax^۲-۲x-x^۳-bx^۲-ax+۲$$
$$=x^۴+(b-۱)x^۳+(a-b)x^۲-(۲+a)x+۲$$

با مقایسهٔ این مقدار با $x^۴-۳x+۲$ داریم:

$$\begin{cases} b-۱=۰ \Rightarrow b=۱ \\ a-b=۰ \Rightarrow a=b \\ ۲+a=۳ \Rightarrow a=۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=۱+۱=۲$$

۲۰ گزینه ۲

$$\left(-\frac{۱}{۲}a^۲\right)^۳(۲a)^۲-(۳a^۴)(-a^۲)^۲=\left(-\frac{۱}{۸}a^۶\right)(۴a^۲)-(۳a^۴)(a^۴)=-\frac{۱}{۲}a^۸-۳a^۸=-\frac{۷}{۲}a^۸$$

۲۱ گزینه ۳

$$۳x(۲x^۲+۱)-۴x^۲(۲x-۳)+۲x^۳=۶x^۳+۳x-۸x^۳+۱۲x^۲+۲x^۳=۱۲x^۲+۳x$$

ضریب جملهٔ دوم، ۳ است.

۲۲ گزینه ۴

$$(۲x-۱)^۲-(x+۳)^۲=۴x^۲+۱-۴x-(x^۲+۶x+۹)$$
$$=۴x^۲+۱-۴x-x^۲-۶x-۹=۳x^۲-۱۰x-۸$$

۲۳ گزینه ۱

عبارت داده‌شده، اتحاد مزدوج است، بنابراین داریم:

$$(x^n+۱)(x^n-۱)=(x^n)^۲-۱^۲=x^{۲n}-۱$$

۲۴ گزینه ۲

$$(a+b-c)^۲-(a+b)^۲=(a+b-c)(a+b-c)-(a+b)^۲$$
$$=a^۲+b^۲+c^۲+۲ab-۲ac-۲bc-(a^۲+b^۲+۲ab)$$

$$=a^۲+b^۲+c^۲+۲ab-۲ac-۲bc-a^۲-b^۲-۲ab=c^۲-۲ac-۲bc$$

۲۵ گزینه ۱

$$(a+c)^۲-(a+۲b-c)^۲+۲b(۲b-۲c)=a^۲+c^۲+۲ac-(a^۲+۴b^۲+c^۲+۴ab-۲ac-۴bc)$$
$$+۴b^۲-۴bc=a^۲+c^۲+۲ac-a^۲-۴b^۲-c^۲-۴ab+۲ac+۴bc+۴b^۲-۴bc$$
$$=۴ac-۴ab=۴a(c-b)$$

۲۶ گزینه ۱

$$(x-۲)(x+۲)(x^۲-۳)=(x^۲-۴)(x^۲-۳)=x^۴-۷x^۲+۱۲$$

ضریب $x^۲$، ۷- است.

۲۷ گزینه ۴

$$\underbrace{(\sqrt{۳}+x^۲)(x^۲-\sqrt{۳})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(۴+x^۴)=\underbrace{(x^۴-۳)(x^۴+۴)}_{\text{اتحاد یک جمله مشترک}}=x^۸+x^۴-۱۲$$

۲۸ گزینه ۲

$$\underbrace{(x-۲)(x+۲)}_{(x^۲-۴)}(x^۲+۴)(x^۴+۸)=\underbrace{(x^۲-۴)(x^۲+۴)}_{x^۴-۱۶}(x^۴+۸)$$
$$=(x^۴-۱۶)(x^۴+۸)=x^۸-۸x^۴-۱۲۸$$

۲۹ گزینه ۱

$$(x-۲)^۲-(x+۱)(x^۲+x)=x^۲-۴x+۴-(x^۳+x^۲+x^۲+x)$$
$$=x^۲-۴x+۴-x^۳-x^۲-x^۲-x=۴-۵x-x^۲-x^۳$$

۳۰ گزینه ۱

$$(x^۲ - x + ۱)(x^۲ + x) - (x^۲ + ۲)^۲ = x^۴ + x^۳ - x^۳ - x^۲ + x^۲ + x - (x^۴ + ۴x^۲ + ۴)$$
$$= x^۴ + x - x^۴ - ۴x^۲ - ۴ = -۴x^۲ + x - ۴$$

از درجه ۲ می‌باشد.

۳۱ گزینه ۳

$$(x^۲ + x - ۱)^۲ - (x^۲ - ۱)^۲ + ۲x = x^۴ + x^۲ + ۱ + ۲x^۳ - ۲x^۲ - ۲x - (x^۴ - ۲x^۲ + ۱) + ۲x$$
$$= x^۴ + x^۲ + ۱ + ۲x^۳ - ۲x^۲ - ۲x - x^۴ + ۲x^۲ - ۱ + ۲x = ۲x^۳ + x^۲ = x^۲(۲x + ۱)$$

۳۲ گزینه ۱

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$(x - ۴)^۲ - (x - ۳)^۲ = x^۲ + ۱۶ - ۸x - (x^۲ - ۶x + ۹) = x^۲ - ۸x + ۱۶ - x^۲ + ۶x - ۹$$
$$= -۲x + ۷ = -۲ \times ۱۳۹۹ + ۷ = -۲۷۹۱$$

تذکر: از اتحاد مزدوج نیز می‌توان به جواب رسید.

۳۳ گزینه ۴

$$(x - y)(x + y)(x^۲ + y^۲) + y^۴ = (x^۲ - y^۲)(x^۲ + y^۲) + y^۴$$
$$= x^۴ - y^۴ + y^۴ = x^۴$$
$$\xrightarrow{x=۲} x^۴ = ۲^۴ = ۱۶$$

۳۴ گزینه ۳

$$\underbrace{(۱ - x)(۱ + x)}_{۱-x^۲}(۱ + x^۲)(۱ + x^۴) = \underbrace{(۱ - x^۲)(۱ + x^۲)}_{۱-x^۴}(۱ + x^۴)$$
$$= (۱ - x^۴)(۱ + x^۴) = ۱ - x^۸ = ۱ - ۱۰^۸$$
$$= ۱ - ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ = -۹۹۹۹۹۹۹۹$$

۳۵ گزینه ۲

از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(x - y)(x + y)(x^۲ + y^۲)(x^۴ + y^۴)$$
$$= (x^۲ - y^۲)(x^۲ + y^۲)(x^۴ + y^۴)$$
$$= (x^۴ - y^۴)(x^۴ + y^۴) = (x^۸ - y^۸)$$

$$\Rightarrow \sqrt{۳}^۸ - \sqrt{۲}^۸ = ۳^۴ - ۲^۴ = ۸۱ - ۱۶ = ۶۵$$

Bekrinoo academy

۳۶ گزینه ۱

عبارت داده‌شده، تشکیل اتحاد مربع دوجمله‌ای را می‌دهد.

$$(۳/۷۵)^۲ - ۲(۳/۷۵)(۱/۲۵) + (۱/۲۵)^۲ = (۳/۷۵ - ۱/۲۵)^۲$$
$$= (۲/۵)^۲ = ۶/۲۵$$

۳۷ گزینه ۴

$$۱۰۰۰۱^۲ = (۱۰۰۰۰ + ۱)^۲ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۱ + ۲۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۲۰۰۰۱$$

دارای ۶ صفر می‌باشد.

۳۸ گزینه ۳

$$(۳\sqrt{۲} - ۲\sqrt{۳})^۲ = (۳\sqrt{۲})^۲ - ۲(۳\sqrt{۲})(۲\sqrt{۳}) + (۲\sqrt{۳})^۲$$
$$= ۱۸ - ۱۲\sqrt{۶} + ۱۲ = ۳۰ - ۱۲\sqrt{۶}$$

۳۹ گزینه ۳

$$(۳ - ۲\sqrt{۲})^۲ - ۳(۲ - ۴\sqrt{۲}) = ۹ + ۸ - ۱۲\sqrt{۲} - ۶ + ۱۲\sqrt{۲} = ۱۱$$

۴۰ گزینه ۱

$$(۱۹\frac{۳}{۴})^۲ - (\frac{۱}{۴})^۲ = (۱۹\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴})(۱۹\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۴}) = ۱۹\frac{۱}{۲} \times ۲۰ = ۱۹/۵ \times ۲۰ = ۳۹۰$$

۴۱ گزینه ۳

از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(۴۰/۰۰۰۱)^۲ - (۳۹/۹۹۹۹)^۲ = (۴۰ + ۰/۰۰۰۱)^۲ - (۴۰ - ۰/۰۰۰۱)^۲$$
$$= ۴۰^۲ + ۲(۴۰)(۰/۰۰۰۱) + (۰/۰۰۰۱)^۲ - (۴۰^۲ - ۲(۴۰)(۰/۰۰۰۱) + (۰/۰۰۰۱)^۲)$$
$$= ۲(۴۰)(۰/۰۰۰۱) + ۲(۴۰)(۰/۰۰۰۱) = ۰/۰۰۸ + ۰/۰۰۸ = ۰/۰۱۶$$

۴۲ گزینه ۴

$$(۱ - ۶\sqrt{۲})^۲ - (۳ - ۲\sqrt{۲})^۲ = ۱ + ۷۲ - ۱۲\sqrt{۲} - (۹ + ۸ - ۱۲\sqrt{۲})$$
$$= ۷۳ - ۱۲\sqrt{۲} - ۱۷ + ۱۲\sqrt{۲} = ۵۶$$

۴۳ گزینه ۴

از تجزیهٔ اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$\frac{۲۷۱^۲ - ۱۲۹^۲}{۵۴۲^۲ - ۲۵۸^۲} = \frac{(۲۷۱ - ۱۲۹)(۲۷۱ + ۱۲۹)}{(۵۴۲ - ۲۵۸)(۵۴۲ + ۲۵۸)} = \frac{\cancel{۱۴۲}^{۱} \times \cancel{۴۰۰}^{۱}}{\cancel{۲۸۴}^{۲} \times \cancel{۸۰۰}^{۲}} = \frac{۱}{۴}$$

۴۴ گزینه ۱

$$۹۷^۲ - ۱۰۵ \times ۹۵ = (۱۰۰ - ۳)^۲ - (۱۰۰ + ۵)(۱۰۰ - ۵) = ۱۰۰^۲ + ۹ - ۶۰۰ - (۱۰۰^۲ - ۵^۲)$$
$$= ۱۰۰^۲ + ۹ - ۶۰۰ - ۱۰۰^۲ + ۲۵ = -۵۶۶$$

۴۵ گزینه ۴

$$(۲۰۰ + ۷۳)^۲ - ۲۰۰^۲ - ۷۳^۲ = ۲۰۰^۲ + ۷۳^۲ + ۲ \times ۲۰۰ \times ۷۳ - ۲۰۰^۲ - ۷۳^۲ = ۲ \times ۲۰۰ \times ۷۳ = ۲۹۲۰۰$$

عدد ۲۹۲۰۰، ۲۹۲ برابر عدد صد می‌باشد.

۴۶ گزینه ۲

$$۲۵^۲ - ۱۷/۵^۲ - ۷/۵^۲ = (۱۷/۵ + ۷/۵)^۲ - ۱۷/۵^۲ - ۷/۵^۲$$
$$= ۱۷/۵^۲ + ۷/۵^۲ + ۲۶۲/۵ - ۱۷/۵^۲ - ۷/۵^۲ = ۲۶۲/۵$$

۴۷ گزینه ۴

$$\sqrt{۴ + ۹۴\sqrt{۴ + ۹۶\sqrt{۴ + ۹۸ \times ۱۰۲}}} = ?$$
$$۹۸ \times ۱۰۲ = (۱۰۰ - ۲)(۱۰۰ + ۲) = ۱۰۰۰۰ - ۴$$
$$۴ + ۹۸ \times ۱۰۲ = ۱۰۰۰۰ \cancel{- ۴} + \cancel{۴} = ۱۰۰۰۰$$
$$۴ + ۹۶\sqrt{۴ + ۹۸ \times ۱۰۲} = ۴ + ۹۶ \times ۱۰۰ = ۴ + (۹۸ - ۲)(۹۸ + ۲) = \cancel{۴} + (۹۸)^۲ \cancel{- ۴} = (۹۸)^۲$$
$$۴ + ۹۴\sqrt{(۹۸)^۲} = ۴ + ۹۴ \times ۹۸ = ۴ + (۹۶ - ۲)(۹۶ + ۲) = \cancel{۴} + ۹۶^۲ \cancel{- ۴} = ۹۶^۲$$
$$\Rightarrow \sqrt{۴ + ۹۴\sqrt{۴ + ۹۶\sqrt{۴ + ۹۸ \times ۱۰۲}}} = \sqrt{۹۶^۲} = ۹۶$$

۴۸ گزینه ۳

$$۲۰ \times ۵۰ = (۳۵ - ۱۵)(۳۵ + ۱۵) = ۳۵^۲ - ۱۵^۲$$
$$۱۹۹ \times ۲۰۱ = (۲۰۰ - ۱)(۲۰۰ + ۱) = ۲۰۰^۲ - ۱^۲$$

بنابراین داریم:

$$\frac{۳۵^۲ - ۲۰^۲ - ۱۵^۲}{\sqrt{۱ + ۱۹۹ \times ۲۰۱}} = \frac{(۳۵^۲ - ۱۵^۲) - ۲۰^۲}{\sqrt{۱ + (۲۰۰ - ۱)(۲۰۰ + ۱)}} = \frac{۲۰ \times ۵۰ - ۲۰^۲}{\sqrt{۱ + ۲۰۰^۲ - ۱}}$$
$$= \frac{۱۰۰۰ - ۴۰۰}{\sqrt{۲۰۰^۲}} = \frac{۶۰۰}{۲۰۰} = ۳$$

۴۹ گزینه ۲

$$\frac{۲ - \sqrt{۳}}{۲ + \sqrt{۳}} \times \frac{(۲ - \sqrt{۳})}{(۲ - \sqrt{۳})} = \frac{(۲ - \sqrt{۳})^۲}{۲^۲ - (\sqrt{۳})^۲} = \frac{۴ + ۳ - ۴\sqrt{۳}}{۴ - ۳} = \frac{۷ - ۴\sqrt{۳}}{۱} = ۷ - ۴\sqrt{۳}$$

$$\text{حاصل عبارت} = ۷ - ۴\sqrt{۳} + \sqrt{۴۸} = ۷ - ۴\sqrt{۳} + \sqrt{۱۶ \times ۳} = ۷ - ۴\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۳} = ۷$$

۵۰ گزینه ۳

$$\frac{۴}{\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}}\times\frac{\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}}{\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}}=\frac{۴\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}}{\sqrt{۲۰}-۴}\times\frac{(\sqrt{۲۰}+۴)}{(\sqrt{۲۰}+۴)}$$

$$=\frac{۴\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}\times(\sqrt{۲۰}+۴)}{(\sqrt{۲۰})^{۲}-۴^{۲}}=\frac{\cancel{۴}\sqrt{\sqrt{۲۰}-۴}\times\sqrt{(\sqrt{۲۰}+۴)^{۲}}}{\underbrace{(۲۰-۱۶)}_{\cancel{۴}}}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{۲۰}-۴)(۲۰+۱۶+۸\sqrt{۲۰})}=\sqrt{(\sqrt{۲۰}-۴)(۳۶+۸\sqrt{۲۰})}$$

$$=\sqrt{۳۶\sqrt{۲۰}-۱۴۴+۱۶۰-۳۲\sqrt{۲۰}}=\sqrt{۴\sqrt{۲۰}+۱۶}$$

۵۱ گزینه ۱

$$\frac{۱}{\sqrt{۱۰}-\sqrt{۶}-۲}-\frac{۱}{\sqrt{۱۰}+\sqrt{۶}+۲}=\frac{\sqrt{۱۰}+\sqrt{۶}+۲-\sqrt{۱۰}+\sqrt{۶}+۲}{(\sqrt{۱۰}-(\sqrt{۶}+۲))(\sqrt{۱۰}+\sqrt{۶}+۲)}$$

$$=\frac{۴+۲\sqrt{۶}}{۱۰-(\sqrt{۶}+۲)^{۲}}=\frac{۴+۲\sqrt{۶}}{\cancel{۱۰-۶=۴}-۴\sqrt{۶}}=\frac{۴+۲\sqrt{۶}}{-۴\sqrt{۶}}=-\frac{۱}{\sqrt{۶}}-\frac{۱}{۲}=-\frac{\sqrt{۶}}{۶}-\frac{۱}{۲}$$

۵۲ گزینه ۴

$$(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{۲}=۳+۲+۲\sqrt{۶}=۵+۲\sqrt{۶}$$

همچنین داریم:

$$(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})\,(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})=۳-۲=۱$$

$$A=(\frac{|\sqrt{۲}-\sqrt{۳}|\sqrt{۵+۲\sqrt{۶}}}{\sqrt{۲}})^{-۳}=(\frac{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})}{\sqrt{۲}})^{-۳}=(\frac{۱}{\sqrt{۲}})^{-۳}$$

$$=(\sqrt{۲})^{۳}=۲\sqrt{۲}$$

۵۳ گزینه ۲

$$\left(\sqrt{\sqrt{۵۰}+۷}-\sqrt{\sqrt{۵۰}-۷}\right)^{۲}=\sqrt{۵۰}+\cancel{۷}+\sqrt{۵۰}-\cancel{۷}-۲\sqrt{(\sqrt{۵۰}+۷)(\sqrt{۵۰}-۷)}$$

$$=۲\sqrt{۵۰}-۲\sqrt{۵۰-۴۹}=۲\sqrt{۵۰}-۲=۲\sqrt{۲۵\times۲}-۲=۱۰\sqrt{۲}-۲$$

Bekrinoo academy

۵۴ گزینه ۱

راه‌حل اول:

$$\sqrt{۷+\sqrt{۱۳}}=\sqrt{\frac{۱۳}{۲}+\frac{۱}{۲}+\sqrt{۱۳}}=\sqrt{(\sqrt{\frac{۱۳}{۲}})^{۲}+(\sqrt{\frac{۱}{۲}})^{۲}+۲(\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}\times\sqrt{\frac{۱}{۲}})}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}})^{۲}}=\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}$$

$$\sqrt{۷-\sqrt{۱۳}}=\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\sqrt{۷+\sqrt{۳}}-\sqrt{۷-\sqrt{۱۳}}$$

$$=\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}-(\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}})$$

$$=\cancel{\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}-\cancel{\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}=۲\sqrt{\frac{۱}{۲}}=۲\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

راه‌حل دوم:

$$A=(\sqrt{۷+\sqrt{۱۳}}-\sqrt{۷-\sqrt{۱۳}})$$

$$A^{۲}=(\sqrt{۷+\sqrt{۱۳}}-\sqrt{۷-\sqrt{۱۳}})^{۲}$$

$$=۷+\sqrt{۱۳}+۷-\sqrt{۱۳}-۲(\sqrt{۷+\sqrt{۱۳}})(\sqrt{۷-\sqrt{۱۳}})$$

$$=۱۴-۲(\sqrt{(۷+\sqrt{۱۳})(۷-\sqrt{۱۳})})=۱۴-۲(\sqrt{۴۹-۱۳})=۲$$

$$\Rightarrow A=\sqrt{۲}$$

۵۵ گزینه ۱

$$A=(۲^{-۱۷}+۲^{۱۵}\times۲^{-۲۰}\div۲^{۱۲}+۱)\times(۲^{-۱۶}-۱)=(۲^{-۱۷}+۲^{-۱۷}+۱)(۲^{-۱۶}-۱)$$

$$=(۲\times۲^{-۱۷}+۱)(۲^{-۱۶}-۱)=(۲^{-۱۶}+۱)(۲^{-۱۶}-۱)=(۲^{-۱۶})^{۲}-۱=۲^{-۳۲}-۱=\frac{۱-۲^{۳۲}}{۲^{۳۲}}$$

۵۶ گزینه ۳

عبارت را تجزیه می‌کنیم.

$$x^{۲}-۱۳x+۳۶=(x-۴)(x-۹)$$

۵۷ گزینه ۲

$$۲ax^{۲}-۱۰ax+۱۲a=۲a(x^{۲}-۵x+۶)=۲a(x-۲)(x-۳)$$

بنابراین گزینهٔ "۳" وجود ندارد.

Bekrino academy

۵۸ گزینه ۲

$$a^۳ - ۷a^۲ + ۱۲a = a(a^۲ - ۷a + ۱۲) = a(a - ۳)(a - ۴)$$

پس $a - ۲$ در تجزیه نیست.

۵۹ گزینه ۲

$$(۲x^۳ - ۱۶x^۲ + ۳۲x) + (۲x^۲ - ۸x) = ۲x(x^۲ - ۸x + ۱۶) + ۲x(x - ۴)$$
$$= ۲x(x^۲ - ۸x + ۱۶ + x - ۴) = ۲x(x^۲ - ۷x + ۱۲)$$
$$= ۲x(x - ۳)(x - ۴)$$

۶۰ گزینه ۲

$$۴x^۳ - ۲x^۲ - ۱۲x = ۲x(۲x^۲ - x - ۶) = ۲x(۲x + ۳)(x - ۲)$$

۶۱ گزینه ۳

$$x^۴ - ۵x^۲ + ۴ = (x^۲ - ۱)(x^۲ - ۴)$$

پس از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(x - ۱)(x + ۱)(x - ۲)(x + ۲)$$

۶۲ گزینه ۲

$$۳x^۵ - ۱۵x^۳ + ۱۲x = ۳x(x^۴ - ۵x^۲ + ۴)$$
$$= ۳x(\underbrace{(x^۲)^۲ - ۲(۲)(x^۲) + ۲^۲}_{\text{اتحاد مربع دوجمله‌ای}} - x^۲)$$
$$= ۳x(\underbrace{(x^۲ - ۲)^۲ - x^۲}_{\text{اتحاد مزدوج}}) = ۳x[\underbrace{(x^۲ - ۲ - x)}_{\text{اتحاد جمله مشترک}}(\underbrace{x^۲ - ۲ + x}_{\text{اتحاد جمله مشترک}})]$$
$$= ۳x[(x - ۲)(x + ۱)(x + ۲)(x - ۱)]$$

از عبارت‌های داده‌شده تنها $(x + ۳)$ در تجزیهٔ عبارت فوق نیست.

۶۳ گزینه ۴

$$۸x^۲ - \frac{۲}{۹} = ۲(۴x^۲ - \frac{۱}{۹}) = ۲(۲x - \frac{۱}{۳})(۲x + \frac{۱}{۳})$$

۶۴ گزینه ۲

$$ax^۲ - ۴a = a(x^۲ - ۴) = a(x - ۲)(x + ۲)$$

Bekrinoo academy

۶۵ گزینه ۲

$$۴-(x-۱)^۲=۲^۲-(x-۱)^۲=(۲-(x-۱))(۲+(x-۱))$$
$$=(۲-x+۱)(۲+x-۱)=(۳-x)(۱+x)$$

۶۶ گزینه ۳

$$a^۲(x+۱)-۴(x+۱)=(x+۱)(a^۲-۴)=(x+۱)(a-۲)(a+۲)$$

پس عبارت $a-۴$ وجود ندارد.

۶۷ گزینه ۱

$$(x^۲-۵x+۶)+(x^۲-x-۲)$$
$$\Rightarrow (x-۲)(x-۳)+(x-۲)(x+۱)$$
$$=(x-۲)(x-۳+x+۱)$$
$$=(x-۲)(۲x-۲)=۲(x-۲)(x-۱)$$

۶۸ گزینه ۳

$$a^۲(۱-x)+(b^۲+c^۲-۲bc)(x-۱)=(x-۱)(-a^۲+\underbrace{b^۲+c^۲-۲bc}_{(b-c)^۲})$$
$$=-(x-۱)(a^۲-(b-c)^۲)=-(x-۱)(a-(b-c))(a+(b-c))$$
$$=-(x-۱)(a-b+c)(a+b-c)$$

۶۹ گزینه ۲

$$(x-۱)^۲-۳(x-۱)-۱۰=x^۲-۲x+۱-۳x+۳-۱۰=x^۲-۵x-۶=(x+۱)(x-۶)$$

۷۰ گزینه ۲

عبارت داده‌شده را تجزیه می‌کنیم، داریم:

$$x^۳+۳x^۲-۴x-۱۲=x^۲(x+۳)-۴(x+۳)=(x^۲-۴)(x+۳)$$
$$=(x-۲)(x+۲)(x+۳)$$

بنابراین عامل $(x-۱)$ وجود ندارد.

۷۱ گزینه ۴

$$\underline{۲x^۳}+\underline{x^۲}-\underline{\underline{۱۸x}}-\underline{۹}=x^۲(۲x+۱)-۹(۲x+۱)=(۲x+۱)(x^۲-۹)=(۲x+۱)(x-۳)(x+۳)$$

۷۲ گزینه ۲

$$x^۲y^۲-z^۲-۴xy+۴=x^۲y^۲+۴-۴xy-z^۲$$
$$=(xy-۲)^۲-z^۲=(xy-۲-z)(xy-۲+z)$$

۷۳ گزینه ۱

$$۹x^۲ + y^۲ + ۶xy - ۱۲x - ۴y - ۱۲ = (۳x + y)^۲ - ۴(۳x + y) - ۱۲$$

$$= ((۳x + y) - ۶)((۳x + y) + ۲)$$

۷۴ گزینه ۱

$$x^۲ - ۴x = t \Rightarrow \text{عبارت} = t^۲ - t - ۲۰ = (t - ۵)(t + ۴)$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = \underbrace{(x^۲ - ۴x - ۵)}_{(x-۵)(x+۱)}\underbrace{(x^۲ - ۴x + ۴)}_{(x-۲)^۲}$$

بنابراین در تجزیهٔ عبارت داده‌شده $(x - ۱)$ وجود ندارد.

۷۵ گزینه ۲

در سه جملهٔ اول از $x^۶$، در سه جملهٔ دوم از $x^۳$ فاکتور می‌گیریم:

$$x^۸ + x^۷ + x^۶ + x^۵ + x^۴ + x^۳ + x^۲ + x + ۱ = x^۶(x^۲ + x + ۱) + x^۳(x^۲ + x + ۱) + x^۲ + x + ۱$$

حال از $x^۲ + x + ۱$ فاکتور می‌گیریم:

$$= (x^۲ + x + ۱)(x^۶ + x^۳ + ۱)$$

۷۶ گزینه ۱

$$(۳x - \underset{\downarrow}{\underset{A}{.....}})^۲ = ۹x^۲ - ۲۴x + ... \Rightarrow ۲ \times ۳x \times A = ۲۴x \Rightarrow A = ۴$$

$$(۳x - \underset{\downarrow}{\underset{۴}{.....}})^۲ = ۹x^۲ - ۲۴x + \underset{\downarrow}{\underset{۱۶}{.....}}$$

مجموع اعداد جای خالی : $۴ + ۱۶ = ۲۰$

۷۷ گزینه ۱

$$(\underbrace{۲a}_{} - ۵)^۲ = ۴a^۲ - \underbrace{۲۰a}_{} + ۲۵$$

مجموع : $۲a + ۲۰a = ۲۲a$

۷۸ گزینه ۳

$$(۲x - \underline{a})^۲ = ۴x^۲ - ۱۶x + \cdots \Rightarrow ۲ \times ۲x \times a = ۱۶x \Rightarrow a = ۴$$

۷۹ گزینه ۴

$$۴x^۲ + \cdots + ۹ = (۲x + ۳)^۲ \Rightarrow \cdots = ۱۲x$$

Bekrinoo academy

۸۰ گزینه ۱

$۴x^۲ - ۲(a-۱)x + ۹ = (۲x-۳)^۲$ یا $(۲x+۳)^۲$

$(۲x-۳)^۲ = ۴x^۲ - ۱۲x + ۹ \Rightarrow ۲(a-۱) = ۱۲ \Rightarrow a-۱ = ۶ \Rightarrow a = ۷$

$(۲x+۳)^۲ = ۴x^۲ + ۱۲x + ۹ \Rightarrow ۲(a-۱) = -۱۲ \Rightarrow a-۱ = -۶ \Rightarrow a = -۵$

چون $a > ۰$ است پس $a = ۷$ می‌باشد.

۸۱ گزینه ۳

$x^۲ - ۲mx + ۳۶ = (x \mp ۶)^۲$

$(x \mp ۶)^۲ = x^۲ \mp ۱۲x + ۳۶$

$۱۲ = ۲m \quad \Rightarrow \quad m = ۶$

۸۲ گزینه ۳

باتوجه‌به جملات داده‌شده، اتحاد زیر را داریم:

$(x-۳)^۲ = x^۲ - ۶x + ۹$

پس باید ۴ واحد به ۵ اضافه کنیم.

۸۳ گزینه ۲

ابتدا عدد ۴ را در نظر نمی‌گیریم.

$۴x^۲ - ۲۰x + ۰۰۰ = (۲x-۵)^۲$

پس باید در جای خالی ۲۵ باشد که در حال حاضر ۴ قرار دارد، پس باید ۲۱ واحد اضافه شود.

۸۴ گزینه ۱

$۳x^۲ - ۱۵x + ۲۵ - (۲x^۲ - ۵x) = ۳x^۲ - ۱۵x + ۲۵ - ۲x^۲ + ۵x$
$= x^۲ - ۱۰x + ۲۵ = (x-۵)^۲$

۸۵ گزینه ۲

$x^۲ + ۲y^۲ - ۲xy - ۲y + ۱ = ۰ \Rightarrow \underline{x^۲} + \underline{y^۲} + \underline{y^۲} - \underline{۲xy} - \underline{۲y} + \underline{۱} = ۰$

$\Rightarrow (x^۲ + y^۲ - ۲xy) + (y^۲ - ۲y + ۱) = ۰ \Rightarrow (x-y)^۲ + (y-۱)^۲ = ۰$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} y-۱ = ۰ \Rightarrow \underline{\underline{y = ۱}} \\ x-y = ۰ \Rightarrow x = y \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{x = ۱}}$

۸۶ گزینه ۲

$$۲a^۲ + ۴b^۲ - ۴ab - ۲a + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۴b^۲ - ۴ab + a^۲ - ۲a + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (a - ۲b)^۲ + (a - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow a - ۲b = ۰ \quad , \quad a - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

$$\Rightarrow a = ۲b \xrightarrow{a=۱} b = \frac{۱}{۲}$$

$$a + b = ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

۸۷ گزینه ۳

$$۵x^۲ - ۴x + y^۲ + ۲xy + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ - ۴x + ۱ + x^۲ + ۲xy + y^۲ = ۰ \Rightarrow \underbrace{(۲x - ۱)^۲}_{\geq ۰} + \underbrace{(x + y)^۲}_{\geq ۰} = ۰$$

جمع دو عبارت نامنفی صفر شده است، پس هردو باید صفر باشند:

$$\begin{cases} ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \\ x + y = ۰ \Rightarrow x = -y \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow x - ۲y = \frac{۱}{۲} - ۲(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۳}{۲}$$

۸۸ گزینه ۲

$$۲ < y < x \Rightarrow \begin{cases} y < x \Rightarrow y - x < ۰ \\ x > ۲ \Rightarrow x - ۲ > ۰ \\ x > ۲ \Rightarrow x > ۰ \end{cases}$$

$$A = \sqrt{(y - x)^۲} + \sqrt{(x - ۲)^۲} - \sqrt{x^۲} = |y - x| + |x - ۲| - |x| = -(y - x) + x - ۲ - x = x - y - ۲$$

۸۹ گزینه ۱

$$x^۲ + ۲x + ۱ \xrightarrow{\text{تجزیه}} (x + ۱)^۲$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{۴۰}-۱} (\sqrt{۴۰} - ۱ + ۱)^۲ = (\sqrt{۴۰})^۲ = ۴۰$$

۹۰ گزینه ۲

$$(x + ۲)(x + ۳) = x^۲ + (۲ + ۳)x + (۲ \times ۳) = x^۲ + ۵x + ۶$$

$$x^۲ + ۵x + ۷ = ۰ \Rightarrow \underbrace{x^۲ + ۵x + ۶}_{(x+۲)(x+۳)} + ۱ = ۰ \Rightarrow (x + ۲)(x + ۳) + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (x + ۲)(x + ۳) = -۱$$

۹۱ گزینه ۱

$$(x - ۲)(x + ۴) = x^۲ + ۲x - ۸ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۸ = -۴ \Rightarrow x^۲ + ۲x = +۴$$

۹۲ گزینه ۱

$$(x-۳)^۲ + ۲x = ۴ \Rightarrow x^۲ - ۶x + ۹ + ۲x = ۴$$
$$\Rightarrow x^۲ - ۴x = -۵$$

$$(x-۲)^۲ = \underbrace{x^۲ - ۴x}_{-۵} + ۴ = -۱$$

۹۳ گزینه ۱

$$x^۲ + x = ۱۰ \Rightarrow x(x+۱) = ۱۰$$

$$x^۳ - x = x(x^۲ - ۱) = \underbrace{x(x+۱)}_{۱۰}(x-۱) = ۱۰(x-۱) = ۱۰x - ۱۰$$

۹۴ گزینه ۴

$$\left.\begin{matrix} ۵x + ۲y = ۱۸ \\ ۲x + ۵y = ۱۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۷x + ۷y = ۲۸ \Rightarrow x + y = ۴ \Rightarrow (x+y)^۲ = ۱۶$$

۹۵ گزینه ۲

$$\begin{cases} x(x+y) = ۷ \\ y(y+x) = ۹ \end{cases} \Rightarrow x(x+y) + y(y+x) = ۱۶ \Rightarrow (y+x)(x+y) = ۱۶ \Rightarrow x + y = ۴$$

۹۶ گزینه ۳

$$۵b - a = ۴ \Rightarrow (۵b-a)^۲ = ۴^۲ \Rightarrow ۲۵b^۲ - ۱۰ab + a^۲ = ۱۶$$

$$۵a^۲ + ۷۵b^۲ - ۲۵ab - ۲a^۲ - ۵ab = ۳a^۲ + ۷۵b^۲ - ۳۰ab$$

$$= ۳(a^۲ + ۲۵b^۲ - ۱۰ab) = ۳ \times ۱۶ = ۴۸$$

۹۷ گزینه ۳

$$ax + by + bx + ay = ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$$

$$= (\underbrace{a+b}_{\frac{۷}{۳}})(\underbrace{x+y}_{-\frac{۳}{۲}}) = \frac{۷}{۳} \times (-\frac{۳}{۲}) = -\frac{۷}{۲}$$

۹۸ گزینه ۴

$$x + y = ۷ \xrightarrow{\text{به توان۲می‌رسانیم}} (x+y)^۲ = ۴۹ \Rightarrow x^۲ + y^۲ + ۲\underbrace{xy}_{۱۰} = ۴۹$$

$$\Rightarrow x^۲ + y^۲ + ۲۰ = ۴۹ \Rightarrow x^۲ + y^۲ = ۲۹$$

۹۹ گزینه ۳

$$(a-b)^۲ = \underbrace{a^۲+b^۲}_{۵} - \underbrace{۲ab}_{۴} = ۵-۴ = ۱$$

۱۰۰ گزینه ۴

$$(a-b)^۲ = ۱۲ \Rightarrow \underbrace{a^۲+b^۲}_{۸} - ۲ab = ۱۲ \Rightarrow -۲ab = ۴ \Rightarrow ab = -۲$$

۱۰۱ گزینه ۳

$$a+b=۳ \quad , ab=-۸ \qquad a^۲+b^۲+۳ab=?$$
$$(a+b)^۲ = a^۲+b^۲+۲ab \rightarrow ۳^۲ = a^۲+b^۲+۲(-۸) \Rightarrow a^۲+b^۲ = ۹+۱۶ = ۲۵$$
$$a^۲+b^۲+۳ab = ۲۵+۳(-۸) = ۱$$

۱۰۲ گزینه ۲

$$(a+b)^۲ = ۸^۲ \Rightarrow a^۲+b^۲+\underbrace{۲ab}_{۱۰} = ۶۴ \Rightarrow a^۲+b^۲ = ۵۴$$

۱۰۳ گزینه ۱

$$x+y=۵ \ , \ xy=۳$$

با استفاده از اتحادهای زیر داریم:

$$(x-y)^۲ = x^۲+y^۲-۲xy = x^۲+y^۲-۲(۳) = x^۲+y^۲-۶ \quad (*)$$
$$(x+y)^۲ = x^۲+y^۲+۲xy \Rightarrow ۲۵ = x^۲+y^۲+۶$$
$$\Rightarrow (x^۲+y^۲) = ۱۹ \quad (**)$$
$$\xrightarrow{(*),(**)} (x-y)^۲ = ۱۹-۶ = ۱۳ \Rightarrow \begin{cases} x-y = +\sqrt{۱۳} \\ x-y = -\sqrt{۱۳} \end{cases}$$

$x-y=\sqrt{۱۳}$ در گزینه‌ها وجود دارد، بنابراین گزینهٔ "۱" صحیح است.

۱۰۴ گزینه ۱

$$a^۲-b^۲ = ۲۵k^۲ \Rightarrow (a-b)(a+b) = ۲۵k^۲$$
$$\xrightarrow{a+b=k} (a-b)\times k = ۲۵k^۲ \Rightarrow a-b = ۲۵k$$

$$\begin{cases} a+b=k \\ a-b=۲۵k \end{cases} \Rightarrow ۲a = ۲۶k \Rightarrow a = ۱۳k$$

$$a+b=k \Rightarrow ۱۳k+b=k \Rightarrow b=-۱۲k \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۳k}{-۱۲k} = -\frac{۱۳}{۱۲}$$

۱۰۵ گزینه ۲

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{۲}=\frac{a^{۲}+b^{۲}+۲ab}{a^{۲}+b^{۲}-۲ab}\xrightarrow{a^{۲}+b^{۲}=۳ab}\frac{۳ab+۲ab}{۳ab-۲ab}=\frac{۵ab}{ab}=۵$$

۱۰۶ گزینه ۲

$$\frac{(a-b)^{۶}}{(a+b)^{۶}}=\left[\frac{(a-b)^{۲}}{(a+b)^{۲}}\right]^{۳}=\left[\frac{a^{۲}-۲ab+b^{۲}}{a^{۲}+۲ab+b^{۲}}\right]^{۳}$$

$$=\left[\frac{۴ab-۲ab}{۴ab+۲ab}\right]^{۳}=\left[\frac{۲ab}{۶ab}\right]^{۳}=\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۳}=\frac{۱}{۲۷}$$

۱۰۷ گزینه ۴

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{۲}=\frac{a^{۲}+b^{۲}+۲ab}{a^{۲}+b^{۲}-۲ab}\xrightarrow{a^{۲}+b^{۲}=۵ab}\frac{۵ab+۲ab}{۵ab-۲ab}=\frac{۷ab}{۳ab}=\frac{۷}{۳}$$

و در انتها باید جذر بگیریم:

$$\sqrt{\frac{۷}{۳}}=\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۳}}$$

۱۰۸ گزینه ۲

$$(a+\frac{۱}{a})^{۲}=a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+۲\times a\times\frac{۱}{a}=a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+۲$$

$$\Rightarrow a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+۲=۱۴\Rightarrow a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}=۱۲$$

نتیجه : $\underbrace{a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}}_{۱۲}-۳=۹$

۱۰۹ گزینه ۳

$$-\frac{۱}{x^{۲}}+۵-x^{۲}=-(x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}}-۵)=-((x+\frac{۱}{x})^{۲}-۷)=-(۳^{۲}-۷)=-۲$$

۱۱۰ گزینه ۲

نکته: با استفاده از اتحادها داریم:

$$x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}}=(x-\frac{۱}{x})^{۲}+۲$$

$$x-\frac{۱}{x}=۳$$

$$۵x^{۲}+\frac{۵}{x^{۲}}=۵(x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}})=۵((x-\frac{۱}{x})^{۲}+۲)=۵((۳)^{۲}+۲)=۵(۱۱)=۵۵$$

Bekrinoo academy

۱۱۱ گزینه ۲

$$\left(x+\frac{۱}{x}\right)^۲ = ۲۵ \Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲ = ۲۵ \Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲} = ۲۳$$
$$\left(\frac{x^۴-۱}{x^۳+x}\right)^۲ = \left(\frac{(x^۲-۱)(x^۲+۱)}{x(x^۲+۱)}\right)^۲ = \left(x-\frac{۱}{x}\right)^۲ = x^۲+\frac{۱}{x^۲}-۲ = ۲۳-۲ = ۲۱$$

۱۱۲ گزینه ۱

$$C = x^۴-\frac{۱}{x^۴}-۲x^۲+\frac{۲}{x^۲}+x+\frac{۱}{x} = (x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x^۲-\frac{۱}{x^۲})-۲(x^۲-\frac{۱}{x^۲})+x+\frac{۱}{x}$$
$$= (x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x+\frac{۱}{x})(x-\frac{۱}{x})-۲(x^۲-\frac{۱}{x^۲})+x+\frac{۱}{x}$$
$$= (x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x+\frac{۱}{x})(۲)-۲(x+\frac{۱}{x})\cancel{(x-\frac{۱}{x})^۲}+x+\frac{۱}{x}$$
$$= ۲(x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x+\frac{۱}{x})-۴(x+\frac{۱}{x})+x+\frac{۱}{x} = ۲(x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x+\frac{۱}{x})-۳(x+\frac{۱}{x})$$
$$= (x+\frac{۱}{x})(۲(x^۲+\frac{۱}{x^۲})-۳)$$

همچنین داریم:

$$x-\frac{۱}{x} = ۲ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^۲+\frac{۱}{x^۲}-۲ = ۴ \Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲} = ۶ \quad (*)$$
$$(x+\frac{۱}{x})^۲ = x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲ \xrightarrow{(*)} (x+\frac{۱}{x})^۲ = ۶+۲ = ۸$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x+\frac{۱}{x} = \sqrt{۸} \\ x+\frac{۱}{x} = -\sqrt{۸} \end{cases}$$

پس داریم:

$$\xrightarrow{x+\frac{۱}{x}=\sqrt{۸}} C = (x+\frac{۱}{x})(۲(x^۲+\frac{۱}{x^۲})-۳) = \sqrt{۸}\times(۲\times۶-۳) = ۹\sqrt{۸}$$
$$\xrightarrow{x+\frac{۱}{x}=-\sqrt{۸}} C = (x+\frac{۱}{x})(۲(x^۲+\frac{۱}{x^۲})-۳) = -\sqrt{۸}\times(۲\times۶-۳) = -۹\sqrt{۸}$$

$۹\sqrt{۸}$ در گزینه‌ها وجود دارد؛ بنابراین گزینهٔ "۱" صحیح است.

۱۱۳ گزینه ۱

$$A^۲-B^۲ = (x-۲)^۲-(x+۳)^۲ = x^۲-۴x+۴-(x^۲+۶x+۹)$$
$$= x^۲-۴x+۴-x^۲-۶x-۹ = -۱۰x-۵$$

۱۱۴ گزینه ۱

$$\underline{x}(\underline{\underline{x+۱}})(\underline{\underline{x+۲}})(\underline{x+۳}) = [x(x+۳)][(x+۱)(x+۲)]$$
$$= (\underline{x^۲+۳x})(\underline{x^۲+۳x}+۲) = (x^۲+۳x)^۲+۲(x^۲+۳x) = A^۲+۲A$$

۱۱۵ گزینه ۱

$$\frac{A^۲-B^۲}{C^۲}=\frac{(A-B)(A+B)}{C^۲}=\frac{(a^۲-b^۲-(a^۲+b^۲))(a^۲-\cancel{b^۴}+a^۲+\cancel{b^۴})}{(ab)^۲}$$

$$=\frac{(-۲b^۲)(۲a^۲)}{a^۲b^۲}=\frac{-۴\cancel{a^۲b^۳}}{\cancel{a^۲b^۳}}=-۴$$

۱۱۶ گزینه ۲

$$(A-B)^۲=(x+۱-x+۲)^۲=۳^۲=۹$$

$$A^۲-B^۲=(A-B)(A+B)=(x+۱-x+۲)(x+۱+x-۲)=۳(۲x-۱)=۶x-۳$$

$$۹-(۶x-۳)=۹-۶x+۳=۱۲-۶x$$

۱۱۷ گزینه ۳

$$۲A^۲+۲۰A+۵۰=۲(A^۲+۱۰A+۲۵)=۲(A+۵)^۲$$
$$=۲(xy+۲x+۳y+۱+۵)^۲=۲(xy+۲x+۳y+۶)^۲$$
$$=۲[x(y+۲)+۳(y+۲)]^۲=۲[(x+۳)(y+۲)]^۲$$

۱۱۸ گزینه ۴

$$a=\sqrt{۱۳۹۵}-\sqrt{۱۳۸۰}\ ,\ x=\frac{\sqrt{۱۳۹۵}+\sqrt{۱۳۸۰}}{۳}$$

$$ax=\frac{(\sqrt{۱۳۹۵}+\sqrt{۱۳۸۰})(\sqrt{۱۳۹۵}-\sqrt{۱۳۸۰})}{۳}=\frac{(\sqrt{۱۳۹۵})^۲-(\sqrt{۱۳۸۰})^۲}{۳}=\frac{۱۳۹۵-۱۳۸۰}{۳}=\frac{۱۵}{۳}=۵$$

$$ax=۵\Rightarrow x=\frac{۵}{a}$$

۱۱۹ گزینه ۲

$$\underbrace{(x+y)^۲}_{\text{اتحاد مربع دوجمله‌ای}}-\underbrace{(x-y)(x+y)}_{\text{اتحاد مزدوج}}-۲y^۲=۱۲$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲+۲xy-(x^۲-y^۲)-۲y^۲=۱۲$$
$$\Rightarrow x^۲+y^۲+۲xy-x^۲+y^۲-۲y^۲=۱۲\Rightarrow ۲xy=۱۲\Rightarrow xy=۶$$

حداکثر مقدار $x+y$ باید باتوجه‌به عدد طبیعی بودن x و y و مقدار $xy=۶$ به دست آید:

$$x=۱,\ y=۶\Rightarrow xy=۶,\ x+y=۷$$
$$x=۲,\ y=۳\Rightarrow xy=۶,\ x+y=۵$$

پس حداکثر مقدار $x+y$، ۷ است.

۱۲۰ گزینه ۲

$$M = \sqrt{۳} + \sqrt{۳}^{۲} + \cdots + \sqrt{۳}^{n} = (\sqrt{۳}^{n} + \sqrt{۳}^{n-۱} + \cdots + \sqrt{۳} + ۱) - ۱$$

$$\xrightarrow{\times(\sqrt{۳}-۱)} M(\sqrt{۳}-۱) = (\sqrt{۳}^{n} + \sqrt{۳}^{n-۱} + \cdots + \sqrt{۳} + ۱)(\sqrt{۳}-۱) - ۱(\sqrt{۳}-۱)$$

حاصل $(\sqrt{۳}^{n} + \sqrt{۳}^{n-۱} + \cdots + \sqrt{۳} + ۱)(\sqrt{۳}-۱)$ را حساب می‌کنیم:

$$(\sqrt{۳}^{n} + \sqrt{۳}^{n-۱} + \cdots + \sqrt{۳} + ۱)(\sqrt{۳}-۱)$$

$$= \sqrt{۳}^{n+۱} + \cancel{\sqrt{۳}^{n}} + \cdots + \cancel{\sqrt{۳}} - \cancel{\sqrt{۳}^{n}} - \cdots - \cancel{\sqrt{۳}} - ۱ = \sqrt{۳}^{n+۱} - ۱$$

$$M(\sqrt{۳}-۱) = \sqrt{۳}^{n+۱} - ۱ - \sqrt{۳} + ۱ = \sqrt{۳}^{n+۱} - \sqrt{۳} \Rightarrow M = \frac{\sqrt{۳}^{n+۱} - \sqrt{۳}}{\sqrt{۳}-۱}$$

$$\Rightarrow M^{۲} = (\frac{\sqrt{۳}^{n+۱} - \sqrt{۳}}{\sqrt{۳}-۱})^{۲} = \frac{۳^{n+۱} + ۳ - ۲\sqrt{۳}^{n+۲}}{۳ + ۱ - ۲\sqrt{۳}} = \frac{۳^{n+۱} + ۳ - ۲\sqrt{۳}^{n+۲}}{۴ - ۲\sqrt{۳}}$$

۱۲۱ گزینه ۱

$$(x-۲)(۲x+۴) = ۲x^{۲} + \cancel{۴x} - \cancel{۴x} - ۸ = ۲x^{۲} - ۸$$

۱۲۲ گزینه ۱

مساحت : $b(a-b) = ab - b^{۲}$

۱۲۳ گزینه ۲

نکته: می‌دانیم که مساحت لوزی برابر است با مجموع مساحت چهار مثلث قائم‌الزاویه که اندازهٔ ارتفاع و قاعدهٔ آن‌ها نصف اندازهٔ قطرهای لوزی است، بنابراین برای محاسبهٔ مساحت لوزی داریم: (اگر a را اندازه قطر کوچک و b را اندازهٔ قطر بزرگ لوزی در نظر بگیریم)

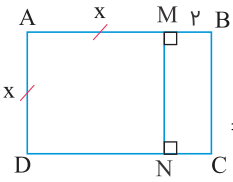
$$\text{مساحت لوزی} = ۴ \times (\text{مساحت مثلث}) = ۴(\frac{۱}{۲} \times \frac{a}{۲} \times \frac{b}{۲}) = \frac{۱}{۲}(a \times b) = \frac{۱}{۲}(\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک})$$

بنابراین:

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{۱}{۲}(۴a+۲)(۴a-۲) = \frac{۱}{۲}((۴a)^{۲} - ۲^{۲}) = \frac{۱}{۲}(۱۶a^{۲} - ۴) = ۸a^{۲} - ۲$$

Bekrinoo academy

۱۲۴ گزینه ۳



$$\begin{cases} S_{AMND} = x^{۲} \\ S_{ABCD} = x(x+۲) \end{cases} , \quad S_{AMND} = \frac{۲}{۳}S_{ABCD} + ۲۰$$

$$\Rightarrow x^{۲} = \frac{۲}{۳}x(x+۲) + ۲۰ \xrightarrow{\times ۳} ۳x^{۲} = ۲x(x+۲) + ۶۰$$

$$\Rightarrow ۳x^{۲} = ۲x^{۲} + ۴x + ۶۰ \Rightarrow ۳x^{۲} - ۲x^{۲} - ۴x - ۶۰ = ۰$$

$$\Rightarrow x^{۲} - ۴x - ۶۰ = ۰ \Rightarrow (x-۱۰)(x+۶) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-۱۰) = ۰ \Rightarrow x = ۱۰ & \text{ق.ق} \\ (x+۶) = ۰ \Rightarrow x = -۶ & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{ABCD} = ۲(x+۲+x) = ۲(۲x+۲) = \underbrace{۲(۲ \times ۱۰ + ۲)}_{۲۲} = ۴۴$$

۱۲۵ گزینه ۳

نکته: مساحت شش‌ضلعی منتظم به طول ضلع a برابر است با: $S = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^{۲}$

بنابر نکتهٔ فوق در مورد گزینهٔ (۳) داریم:

$$\left.\begin{aligned} S_{a+b} &= \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(a+b)^{۲} \\ S_{a-b} &= \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(a-b)^{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{a+b} + S_{a-b} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}((a+b)^{۲} + (a-b)^{۲})$$

$$= \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(a^{۲} + b^{۲} \cancel{+۲ab} + a^{۲} + b^{۲} \cancel{-۲ab}) = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}(۲a^{۲} + ۲b^{۲}) = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \times ۲a^{۲} + \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \times ۲b^{۲}$$

$$= \underbrace{۲(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^{۲})}_{S_a} + \underbrace{۲(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}b^{۲})}_{S_b} = ۲S_a + ۲S_b$$

۱۲۶ گزینه ۴

اگر $a * b$ قابل اجرا باشد، حتماً $(a+۴) * (b+۴)$ نیز قابل اجرا است. زیرا به قاعدهٔ کوچک و بزرگ ذوزنقه به یک مقدار مساوی اضافه شده است.

۱۲۷ گزینه ۲

$$-۲x - ۳ \leq -۱ \Rightarrow -۲x \leq ۲ \Rightarrow x \geq -۱$$

۱۲۸ گزینه ۴

$$-۲x - \frac{۳}{۲} < \frac{۱}{۵} \Rightarrow -\frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۵} < ۲x \Rightarrow \frac{-۱۵-۲}{۱۰} < ۲x \Rightarrow -\frac{۱۷}{۱۰} < ۲x \Rightarrow x > -\frac{۱۷}{۲۰}$$

Sekrinoo academy

۱۲۹ گزینه ۲

$$۳x - ۱ \le ۲ - \frac{x-۱}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۶x - ۲ \le ۴ - (x-۱) \Rightarrow ۶x - ۲ \le ۴ - x + ۱$$

$$\Rightarrow ۷x \le ۵ + ۲ \Rightarrow ۷x \le ۷ \Rightarrow x \le ۱$$

۱۳۰ گزینه ۳

$$\frac{۱}{۲} - \frac{x+۲}{۳} < x - \frac{۱}{۶} \Rightarrow \frac{۳ - ۲x - ۴}{۶} < \frac{۶x - ۱}{۶}$$
$$\Rightarrow -۲x - ۱ < ۶x - ۱ \Rightarrow ۰ < ۸x \Rightarrow ۰ < x$$

۱۳۱ گزینه ۳

$$(x+۲)(x+۳) > (x+۴)(x-۱) \Rightarrow x^۲ + ۵x + ۶ > x^۲ + ۳x - ۴$$

$$\Rightarrow ۵x - ۳x > -۶ - ۴ \Rightarrow ۲x > -۱۰ \xrightarrow{\div ۲} x > -۵$$

۱۳۲ گزینه ۳

نامعادلهٔ داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$(x+۴) - ۳(x-۱)^۲ \ge -۳x(x-۲) + ۵$$
$$\Rightarrow x + ۴ - ۳(x^۲ - ۲x + ۱) \ge -۳x^۲ + ۶x + ۵$$
$$\Rightarrow x + ۴ - \cancel{۳x^۲} + \cancel{۶x} - ۳ \ge \cancel{-۳x^۲} + \cancel{۶x} + ۵$$
$$\Rightarrow x + ۱ \ge ۵ \Rightarrow x \ge ۴$$

پس مجموعهٔ جواب به‌صورت $x \ge ۴$ است. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ : ✓
گزینهٔ ۲ : $۳ < \sqrt{۱۰} < ۴ \Rightarrow ۵ < ۲ + \sqrt{۱۰} < ۶$ ✓
گزینهٔ ۳ : $۲ < \sqrt{۵} < ۳ \Rightarrow -۳ < -\sqrt{۵} < -۲ \Rightarrow ۳ < ۶ - \sqrt{۵} < ۴$ ×
گزینهٔ ۴ : $۴ < \sqrt{۲۰} < ۵$ ✓

۱۳۳ گزینه ۲

$$-۱ < \frac{۳x-۱}{۲} < ۴ \Rightarrow -۲ < ۳x - ۱ < ۸ \Rightarrow -۱ < ۳x < ۹ \Rightarrow -\frac{۱}{۳} < x < ۳$$
$$-۹ < -۳x < ۱ \xrightarrow{+۲} -۷ < -۳x + ۲ < ۳$$

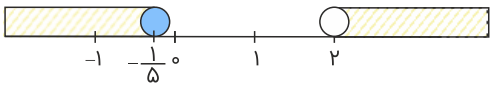
پس بین ۳ و ۷− است.

۱۳۴ گزینه ۳

$$۲(۱-۲x) \geq x+۳ \Rightarrow ۲-۴x \geq x+۳ \Rightarrow -۱ \geq ۵x \Rightarrow -\frac{۱}{۵} \geq x$$

$$۲-۳x > ۲(۲-۲x) \Rightarrow ۲-۳x > ۴-۴x \Rightarrow x > ۲$$

برای اینکه اشتباه نکنیم، هر دو را روی یک محور نمایش می‌دهیم.



فقط عدد یک است که در هیچ‌کدام از آن‌ها نیست.

۱۳۵ گزینه ۱

$$۵x+\frac{۳x-۲}{۵} > ۲x+m \xrightarrow{\times ۵} ۲۵x+۳x-۲ > ۱۰x+۵m$$

$$\Rightarrow ۱۸x > ۵m+۲ \Rightarrow x > \frac{۵m+۲}{۱۸}$$

$$x > ۴ \Rightarrow \frac{۵m+۲}{۱۸} = ۴ \Rightarrow ۵m+۲ = ۷۲ \Rightarrow ۵m = ۷۰$$

$$\Rightarrow m = \frac{۷۰}{۵} = ۱۴$$

۱۳۶ گزینه ۱

مجموعه جواب برابر $x \geq ۴$ است.

$$۵x+\frac{۳x-۲}{۵}-m \geq ۲x \Rightarrow ۵x-۲x+\frac{۳x-۲}{۵}-m \geq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱۵x+۳x-۲-۵m}{۵} \geq ۰ \Rightarrow ۱۸x-۲-۵m \geq ۰ \Rightarrow ۱۸x \geq ۵m+۲ \Rightarrow x \geq \frac{۵m+۲}{۱۸} = ۴$$

$$\Rightarrow ۵m+۲ = ۷۲ \Rightarrow ۵m = ۷۰ \Rightarrow m = ۱۴$$

۱۳۷ گزینه ۱

هر گزینه را به عبارت کلامی برمی‌گردانیم.
گزینهٔ "۱": مجموع دو برابر عددی با نصفش، حداکثر ۳ واحد است. (برابر با ۳ و یا از ۳ کوچک‌تر است)
گزینهٔ "۲": مجموع دو برابر عددی با نصفش، حداقل ۳ واحد است. (برابر با ۳ و یا از ۳ بزرگ‌تر است)
گزینهٔ "۳": مجموع دو برابر عددی با نصفش، همواره از ۳ کوچک‌تر است. (با خود ۳ برابر نیست)
گزینهٔ "۴": مجموع دو برابر عددی با نصفش، همواره از ۳ بزرگ‌تر است. (با خود ۳ برابر نیست)
بنابراین گزینهٔ "۱" درست است.

Bekrinoo academy

۱۳۸ گزینه ۴

اگر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر a باشد، ضلع مربع نیز برابر $2/5a$ می‌شود. محیط مثلث متساوی‌الاضلاع برابر $3a$ و محیط مربع برابر $4 \times 2/5a = 10a$ می‌شود.

$$\text{مجموع محیط‌های دو شکل} = 3a + 10a = 13a \Rightarrow 13a \leq 65 \Rightarrow a \leq \frac{65}{13} \Rightarrow a \leq 5$$

حداکثر مقدار a برابر ۵ است، پس حداکثر مقدار ضلع مربع برابر است با:

$$2/5a = 2/5 \times 5 = 12/5$$

۱۳۹ گزینه ۳

$$\text{کل امتیاز امتحان} = (10 \times 5) + (10 \times 4) = 50 + 40 = 90$$

۶۰ درصد کل امتیاز برابر است با:

$$\frac{60}{100} \times 90 = 54 \text{ امتیاز}$$

$$\text{امتیاز کسب‌شدهٔ علوم} = 6 \times 4 = 24$$

$$\text{سؤال ریاضی } 6 = 30 \div 5 \Rightarrow 30 \Rightarrow 54 - 24 = 30$$

۱۴۰ گزینه ۲

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4}(\frac{x}{3}) \geq 15 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{12} \geq 15 \xrightarrow{\times 12} 6x - x \geq 180 \Rightarrow x \geq 36$$

پس گزینهٔ "۲" صحیح است.

۱۴۱ گزینه ۲

$$-2 \leq \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}x \leq 10 \Rightarrow -2 \leq -\frac{1}{12}x \leq 10 \xrightarrow{\times(-12)} -120 \leq x \leq 24$$

بنابراین پاسخ مسئله، تعداد اعداد زوج از ۱۲۰- تا ۲۴ است. برای اینکه تعداد این اعداد را به دست آورید بهترین روش این است که رابطهٔ جبری الگوی حاکم به این اعداد را به دست آورید که به‌صورت $2n - 122$ است. به ازای $n = 1$ اولین عضو این الگو **(۱۲۰-)** تولید می‌شود. به ازای چندمین عضو این الگو عدد ۲۴ تولید می‌شود؟

$$2n - 122 = 24 \Rightarrow n = \frac{122 + 24}{2} = 73$$

۱۴۲ گزینه ۲

$$n^{222} = (n^2)^{111} \ , \ 9^{333} = (9^3)^{111} = ((3^2)^3)^{111} = ((27)^2)^{111}$$
$$n^{222} \geq 9^{333} \Rightarrow (n^2)^{111} \geq (27^2)^{111} \Rightarrow n \geq 27$$

حداقل مقدار طبیعی n باید ۲۷ باشد.

۱۴۳ گزینه ۳

از یک مثال برای بررسی گزینه‌ها استفاده می‌کنیم:

$a = -۱$
$b = -۲$

۱) $\frac{۱}{-۱} > \frac{۱}{-۲}$ ×

۲) $(-۱)^۲ > (-۲)^۲$ ×

۳) $(-۱)(-۲) > (-۱)^۲$

۴) $-(-۱) > -(-۲)$ ×

اگر با این مثال، چند گزینه صحیح شد، از مثال‌های متفاوت دیگر استفاده می‌کنیم.

۱۴۴ گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix} x < y \\ xy < ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow x < ۰ \ , \ y > ۰$$

گزینهٔ ۱ : $x^۲ > y^۲ \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x = -۱ \ , \ y = ۲ \Rightarrow -۱ < ۲ \Rightarrow ۱ < ۴$

گزینهٔ ۲ : $\left.\begin{matrix} x < ۰ \Rightarrow x^۲ > ۰ \\ xy < ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^۲ > xy$ ×

گزینهٔ ۳ : $\begin{cases} x < ۰ \Rightarrow x^۴ > ۰ \\ \begin{cases} xy < ۰ \\ y > ۰ \end{cases} \Rightarrow y \times xy < ۰ \Rightarrow xy^۲ < ۰ \end{cases} \Rightarrow x^۴ > xy^۲$ ✓

گزینهٔ ۴ : $\left.\begin{matrix} xy < ۰ \\ y^۲ > ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow y^۲ > xy$ ×

۱۴۵ گزینه ۳

گزینهٔ "۱": اگر $a = -۳$ و $b = ۲$ باشد، $a^۲ > b^۲$ است ولی $a > b$ نیست.
گزینهٔ "۲": مثالی که برای گزینهٔ "۱" زدیم اینجا هم صدق می‌کند.
گزینهٔ "۴": $a = -۲$ و $b = ۱$ باشد، $a^۲ > b^۲$ است ولی $a^۳ > b^۳$ نیست.
پس فقط گزینهٔ "۳" همواره صحیح است.

۱۴۶ گزینه ۲

$\frac{\overset{\text{مثبت}}{\uparrow}\ \overset{\text{منفی}}{\uparrow}}{\underset{\text{مثبت}}{\downarrow}}\ \frac{b^۲\quad c}{a} \Rightarrow$ منفی است $\times$

$\overset{\text{مثبت}}{\uparrow}\ \overset{\text{مثبت}}{\uparrow}\ \overset{\text{منفی}}{\downarrow}$ $a^۲\quad b\quad c^۲ \Rightarrow$ منفی است ✓

$\frac{\overset{\text{منفی}}{\uparrow}}{\underset{\text{منفی}}{\downarrow}}\ \frac{-b^۲}{c} \Rightarrow$ مثبت است $\times$

فقط یک عبارت صحیح است.

۱۴۷ گزینه ۳

$a^۲b < ۰ \Rightarrow b < ۰$

$bc < ۰ \xrightarrow{b<۰} c > ۰$

$\frac{b^۲}{ac} > ۰ \xrightarrow{c>۰} a > ۰$

۱۴۸ گزینه ۳

$$\begin{cases} a^۲b < ۰ \xrightarrow{a^۲>۰} b < ۰ \ (*) \\ bc > ۰ \xrightarrow{(*)} c < ۰ \end{cases} \Rightarrow b + c < ۰ \Rightarrow |b + c| = -(b + c) = -b - c$$

۱۴۹ گزینه ۴

$|a - b| = a - b \Rightarrow a - b \geq ۰ \ (*)$

$$\begin{cases} a - c = b \Rightarrow a - b = c \xrightarrow{(*)} c \geq ۰ \\ \text{طبق فرض : } abc \neq ۰ \Rightarrow c \neq ۰ \end{cases} \Rightarrow c > ۰ \ (**)$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ ۱ : $\frac{a}{c^۲} > ۰ \xrightarrow{c^۲>۰} a > ۰$ $\times$ نمی‌توان تعیین کرد.

گزینهٔ ۲ : $\frac{b}{c^۲} > ۰ \xrightarrow{c^۲>۰} b > ۰$ $\times$ نمی‌توان تعیین کرد.

گزینهٔ ۳ : $\frac{b}{a^۲} > ۰ \xrightarrow{a^۲>۰} b > ۰$ $\times$ نمی‌توان تعیین کرد.

گزینهٔ ۴ : $\frac{c}{b^۲} > ۰ \xrightarrow{b^۲>۰} c > ۰$ ✓ طبق $(**)$ صحیح است.

۱۵۰ گزینه ۱

$|x+y| \neq |x|+|y|$ است، بنابراین نتیجه می‌گیریم که علامت x و y متفاوت است؛ پس $\frac{y}{x} < 0$, xy. حال داریم:

$$D = |\frac{y}{x}| \times |xy| - x|y| + y|x| = (-\frac{y}{x}) \times (-xy) - x|y| + y|x| = y^2 - x|y| + y|x|$$

چون x و y مختلف‌العلامت هستند، دو حالت داریم:

۱) $x > 0\ ,\ y < 0$

۲) $x < 0\ ,\ y > 0$

اما طبق فرض سؤال، $x < y$ است، پس تنها حالت ۱ اتفاق می‌افتد. بنابراین:

$$y^2 - x|y| + y|x| = y^2 - (-xy) + yx = y^2 + xy + yx = y^2 + 2xy$$

۱۵۱ گزینه ۳

اگر $a < b$ و c عددی منفی باشد، آنگاه: $ac > bc$

۱۵۲ گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

$$\frac{a^2}{bc} > 0 \Rightarrow bc > 0$$

یعنی هر دو متغیر b و c هم‌علامت هستند، پس: $\frac{b}{c} > 0$

گزینهٔ ۲: اگر $a^2 > b^2$، آنگاه: $|a| > |b|$

گزینهٔ ۳:

$$(2x+y)^2 - (2x-y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) = 8xy$$

گزینهٔ ۴:

$$(x+\frac{1}{x})(x+\frac{1}{x}) = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

Bekrinoo academy

۱۵۳ گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: $\sqrt{\pi a^{۲}}$ یک‌جمله‌ای است.

گزینهٔ ۲:

$$x < ۰ \ , \ y > ۰ \Rightarrow x < y \Rightarrow ۰ < y - x \Rightarrow \sqrt{(y-x)^{۲}} = |y-x| = y - x$$

گزینهٔ ۳:

$$\frac{۵}{\sqrt{۵}} - \sqrt{۵} = \frac{۵ - ۵}{\sqrt{۵}} = ۰ \in \mathbb{Q}$$

گزینهٔ ۴:

$$\sqrt{(-۶ + \sqrt{۱۱})^{۲}} + \left|-\sqrt{۱۱}\right| = \left|-۶ + \sqrt{۱۱}\right| + \sqrt{۱۱} = ۶ \cancel{-\sqrt{۱۱} + \sqrt{۱۱}} = ۶$$

بنابراین "گزینه ۲" پاسخ است.

Bekrinoo academy