۱ گزینه ۳

$$۳x - ۴y = ۱۲ \Rightarrow y = \frac{۳}{۴}x - ۳$$

عدد b برابر ۳- است.

۲ گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ خط را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم.

$$۲y = -۳x + ۷ \Rightarrow y = -\frac{۳}{۲}x + \frac{۷}{۲}$$

$$\begin{cases} \text{شیب} : -\frac{۳}{۲} \\ \text{عرض از مبدأ} : \frac{۷}{۲} \end{cases} \Rightarrow -\frac{۳}{۲} + \frac{۷}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

۳ گزینه ۱

$$\frac{۳ - x + ۲y}{۳} = \frac{x}{۲} \Rightarrow ۲(۳ - x + ۲y) = ۳x \Rightarrow ۶ - ۲x + ۴y = ۳x \Rightarrow ۴y = ۳x + ۲x - ۶$$
$$\Rightarrow ۴y = ۵x - ۶ \Rightarrow y = \frac{۵}{۴}x - \frac{۶}{۴} = \frac{۵}{۴}x - \frac{۳}{۲}$$

۴ گزینه ۲

$$۳y = (a - ۱)x + ۲a - ۳ \Rightarrow y = \frac{a - ۱}{۳}x + \frac{۲a - ۳}{۳}$$

$$\text{شیب} : \frac{a - ۱}{۳} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a - ۱ = ۱ \Rightarrow a = ۲$$

$$\text{عرض از مبدأ} : \frac{۲a - ۳}{۳} \xrightarrow{a=۲} \frac{۴ - ۳}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

۵ گزینه ۲

$$۴(۱-x)=b(x+y+۳)-۱\Rightarrow ۴-۴x=bx+by+۳b-۱$$

$$\Rightarrow by=۴-۴x-bx-۳b+۱\Rightarrow by=(-۴-b)x+(۴-۳b+۱)$$

$$\Rightarrow y=(\frac{-۴-b}{b})x+\frac{۵-۳b}{b}$$

$$\xrightarrow{\text{شیب خط}=-۵}\frac{-۴-b}{b}=-۵\Rightarrow -۴-b=-۵b\Rightarrow -۴b=-۴\Rightarrow b=۱$$

$$\Rightarrow y=-۵x+۲$$

اگر $x=۳$ باشد، آنگاه $y=-۱۵+۲=۱۳$ خواهد بود.
فقط گزینهٔ ۲ روی این خط قرار دارد.

۶ گزینه ۲

برخورد با محور xها $\xrightarrow{y=۰}۰=x-۶\Rightarrow x=۶$

برخورد با محور yها $\xrightarrow{x=۰}۲y=۰-۶\Rightarrow y=-۳$

$$۶+(-۳)=۳$$

۷ گزینه ۱

در نقطه‌ای که با محور طول‌ها برخورد می‌کند، $y=۰$ می‌باشد، پس در نقطهٔ $\begin{bmatrix}۴\\۰\end{bmatrix}$ است.

$$۲y=\frac{۳}{۲}x-۲a\xrightarrow{\begin{bmatrix}۴\\۰\end{bmatrix}}۰=\frac{۳}{۲}\times ۴-۲a$$

$$\Rightarrow ۰=۶-۲a\Rightarrow ۲a=۶\Rightarrow a=۳$$

۸ گزینه ۲

$$(a+۲)x-(a-۱)y=a+۳\xrightarrow{\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}}(a+۲)\times ۲=a+۳$$

$$\Rightarrow ۲a+۴=a+۳\Rightarrow a=-۱$$

$$x+۲y=۲\xrightarrow{x=۰}۰+۲y=۲\Rightarrow y=۱$$

۹ گزینه ۱

عرض از مبدأ، عرض نقطه‌ای روی خط است که طول آن برابر صفر است، پس کافی است به جای x، صفر قرار دهیم.

$$-۴+۳ax+۴a^۲y+a^۲=۰\xrightarrow[y=۲]{x=۰}-۴+۴a^۲\times(۲)+a^۲=۰$$

$$\Rightarrow ۹a^۲=۴\Rightarrow a^۲=\frac{۴}{۹}\Rightarrow a=\pm\frac{۲}{۳}$$

۱۰ گزینه ۴

$$۲x^۲ - ۹x^۳ + ۵y - b + ax = \frac{a}{۲}x^۳ + ۳y - \frac{b}{۲}x^۲$$
$$\Rightarrow \frac{a}{۲}x^۳ + ۳y - \frac{b}{۲}x^۲ - ۲x^۲ + ۹x^۳ - ۵y + b - ax = ۰$$
$$\Rightarrow (\frac{a}{۲} + ۹)x^۳ - (\frac{b}{۲} + ۲)x^۲ - ۲y - ax + b = ۰$$

ازآنجاکه رابطهٔ بین x و y خطی است، پس ضرایب $x^۲$ و $x^۳$ در عبارت بالا برابر با صفر می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{a}{۲} + ۹ = ۰ \Rightarrow a = -۱۸$$
$$\frac{b}{۲} + ۲ = ۰ \Rightarrow b = -۴$$

درنتیجه داریم:

$$-۲y - ax + b = ۰ \Rightarrow -۲y + ۱۸x - ۴ = ۰ \xrightarrow{x=۲} -۲y + ۳۶ - ۴ = ۰$$
$$\Rightarrow -۲y = -۳۲ \Rightarrow y = ۱۶$$

۱۱ گزینه ۲

چون با سرعت ثابت آب وارد ظرف می‌شود، پس رابطه خطی است و چون در ابتدا ظرف نیز دارای وزن است، پس از مبدا شروع نمی شود. گزینهٔ "۳" صحیح است.

۱۲ گزینه ۲

باید نقطه در معادلهٔ خط صدق کند:

$$\text{گزینهٔ ۲} : y = -۳x + ۲ \xrightarrow{\begin{bmatrix}-۱\\۵\end{bmatrix}} ۵ = -۳(-۱) + ۲ \Rightarrow ۵ = ۵$$

پس گزینهٔ ۲ صحیح است.

۱۳ گزینه ۴

همه نقاط را در خط جایگذاری می‌کنیم:

$$y = ۲ - ۳x : \begin{cases} -۱ = ۲ - ۳ \times ۱ \Rightarrow -۱ = -۱ \\ ۲ = ۲ - ۳ \times ۰ \Rightarrow ۲ = ۲ \\ ۵ = ۲ - ۳ \times (-۱) \Rightarrow ۵ = ۵ \\ -۲ = ۲ - ۳ \times ۲ \Rightarrow -۲ = -۴ \end{cases}$$

.

۱۴ گزینه ۳

$$y = x - ۲ \xrightarrow{\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}} ۱ \neq ۱ - ۲ = -۱ \Rightarrow \text{صدق نمی‌کند}$$

۱۵ گزینه ۴

$$۲y - x = ۲ \xrightarrow{x=۳} ۲y - ۳ = ۲ \Rightarrow ۲y = ۵ \Rightarrow y = \frac{۵}{۲}$$

مختصات : $\begin{bmatrix} ۳ \\ \frac{۵}{۲} \end{bmatrix}$

۱۶ گزینه ۴

چون نقطه روی خط است، پس نقطه را در خط جایگذاری می‌کنیم:

$$y = ax + ۷ - a \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲+a \end{bmatrix}} ۲ + a = ۳a + ۷ - a \Rightarrow \quad -۵ = a$$

۱۷ گزینه ۳

$$y = ۲ax + a + ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۲ \\ ۶ \end{bmatrix}} ۶ = ۴a + a + ۱ \Rightarrow a = ۱$$

$$y = ۲x + ۲$$

۱) $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow ۱ = -۲ + ۲ \quad \times$

۲) $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲ = -۴ + ۲ \quad \times$

۳) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow ۴ = ۲ + ۲ \quad \checkmark$

۱۸ گزینه ۳

$$y = ۲x - ۳ \xrightarrow{\begin{bmatrix} a \\ ۰ \end{bmatrix}} ۲a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$

$$y = ۲x - ۳ \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۰ \\ b \end{bmatrix}} b = -۳$$

$$۲a - b = ۲ \times \frac{۳}{۲} - (-۳) = ۳ + ۳ = ۶$$

Bekrinoo academy

۱۹ گزینه ۲

هر دو نقطه را در خط جایگذاری می‌کنیم:

$$y = ۲x + ۵ \xrightarrow{\begin{bmatrix} a+۱ \\ ۳ \end{bmatrix}} ۳ = ۲(a+۱) + ۵$$
$$\Rightarrow ۳ = ۲a + ۲ + ۵ \Rightarrow ۲a = -۴ \Rightarrow a = -۲$$

$$y = ۲x + ۵ \xrightarrow{\begin{bmatrix} -۲ \\ ۲-b \end{bmatrix}} ۲ - b = ۲(-۲) + ۵$$
$$\Rightarrow ۲ - b = -۴ + ۵ \Rightarrow b = ۱$$

$$a - b = -۲ - ۱ = -۳$$

۲۰ گزینه ۴

$$y = \sqrt{۲}x + ۱ \xrightarrow{x=۰} y = \sqrt{۲} \times ۰ + ۱ \Rightarrow y = ۱$$

$$y = \sqrt{۲}x + ۱$$

از نقطهٔ خوش‌بیان $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$y = x + \sqrt{۳} \xrightarrow{x=-\sqrt{۳}} y = -\sqrt{۳} + \sqrt{۳} \Rightarrow y = ۰$$

$y = x + \sqrt{۳}$ از نقطهٔ خوش‌بیان $\begin{bmatrix} -\sqrt{۳} \\ ۰ \end{bmatrix}$ می‌گذرد. دقت کنید عرض (y) باید گویا باشد.

$$y = \pi x + ۲\sqrt{۳} \xrightarrow{x=\frac{-۲\sqrt{۳}}{\pi}} y = \pi \times \frac{(-۲\sqrt{۳})}{\pi} + ۲\sqrt{۳} \Rightarrow y = ۰$$

$y = \pi x + ۲\sqrt{۳}$ از نقطهٔ خوش‌بیان $\begin{bmatrix} \frac{-۲\sqrt{۳}}{\pi} \\ ۰ \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس هر سه خط حداقل از یک نقطهٔ خوش‌بیان می‌گذرند.

۲۱ گزینه ۴

$$\begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{۰ - (-۴)}{۵ - (-۳)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

۲۲ گزینه ۱

$$\frac{a - ۱ - ۳}{۳ - ۵} = \frac{a - ۴}{-۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲a - ۸ = -۲ \Rightarrow ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳$$

۲۳ گزینه ۲

شیب این خط را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} \Rightarrow \frac{۵ - m}{m - ۵} = \frac{-(m - ۵)}{m - ۵} = -۱$$

۲۴ گزینه ۱

$$\frac{۱۰-a}{a-۲-۲}=۲\Rightarrow\frac{۱۰-a}{a-۴}=۲$$
$$\Rightarrow ۲a-۸=۱۰-a\Rightarrow ۳a=۱۸\Rightarrow a=۶$$

۲۵ گزینه ۳

$$۳x-y=x\Rightarrow -y=-۳x+x\Rightarrow -y=-۲x\Rightarrow y=۲x \quad \text{شیب}=۲$$

گزینهٔ ۱ : $-۷y=۱۴x-۳\xrightarrow{\div -۷}y=-۲x+\frac{۳}{۷}$ شیب $=-۲\Rightarrow$ قطع می‌کند

گزینهٔ ۲ : $۱۵y=-۷x+۱۴\xrightarrow{\div ۱۵}y=-\frac{۷}{۱۵}x+\frac{۱۴}{۱۵}$ شیب $=-\frac{۷}{۱۵}\Rightarrow$ قطع می‌کند

گزینهٔ ۳ : $۷y=۱۴x+۱۳\xrightarrow{\div ۷}y=۲x+\frac{۱۳}{۷}$ شیب $=۲\Rightarrow$ موازی است و قطع نمی‌کند

گزینهٔ ۴ : $+۷x-۱۴y=۳\Rightarrow -۱۴y=-۷x+۳$

$\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}x-\frac{۳}{۱۴}$ شیب $=\frac{۱}{۲}\Rightarrow$ قطع می‌کند

۲۶ گزینه ۲

دو خط باید باهم موازی باشند، بنابراین شیب هر دو یکسان است.

$$\begin{cases} y=x+۳\Rightarrow \text{ شیب}=۱ \\ ۲mx-۴y=۷\Rightarrow ۴y=۲mx-۷\Rightarrow y=\frac{۲m}{۴}x-\frac{۷}{۴}=\frac{m}{۲}x-\frac{۷}{۴}\Rightarrow \text{شیب}=\frac{m}{۲} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{m}{۲}=۱\Rightarrow m=۲$$

۲۷ گزینه ۱

شیب دو خط باید برابر باشند.

$y=(۲a-۱)x-۳\Rightarrow$ شیب : $۲a-۱$

$۲y+۶x=۱\Rightarrow ۲y=-۶x+۱$

$\Rightarrow y=-۳x+\frac{۱}{۲}\Rightarrow$ شیب : -۳

$۲a-۱=-۳\Rightarrow ۲a=-۲\Rightarrow a=-۱$

Bekrinoo academy

۲۸ گزینه ۴

باتوجه‌به مختصات دو نقطهٔ $\begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۴\\-۱\end{bmatrix}$ از خط l داریم:

$$m_l = \frac{-۱-۴}{۴-(-۱)} = -۱$$
$$m_{AB} = \frac{n+۳-(-۳)}{۲n-۱-(۴n-۱)} = \frac{n+۳+۳}{۲n-۱-۴n+۱} = \frac{n+۶}{-۲n}$$

دو خط l و AB موازی هستند، پس:

$$m_l = m_{AB} \Rightarrow \frac{n+۶}{-۲n} = -۱ \Rightarrow n+۶ = ۲n \Rightarrow n = ۶$$

۲۹ گزینه ۳

چون دو خط موازی هستند، پس شیب‌های آن‌ها برابر است.

$$\text{شیب} : \frac{a+۲-۳}{۱-(۱-a)} = \frac{a-۱}{a}$$

$$۲y - x = ۳ \Rightarrow ۲y = x+۳ \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲} \Rightarrow \text{شیب} : \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{a-۱}{a} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲a-۲ = a \Rightarrow a = ۲$$

۳۰ گزینه ۲

برای اینکه سه نقطه تشکیل یک مثلث ندهند، باید روی یک خط باشند. اگر شیب خط حاصل از هر دو نقطه از آن‌ها باهم برابر باشد، نشان‌دهندهٔ روی یک خط بودن سه نقطه است:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}a\\۰\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}b\\۱\end{bmatrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{۱-۰}{b-a} = \frac{۱}{b-a}\\ \begin{bmatrix}b\\۱\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{۲-۱}{۱-b} = \frac{۱}{۱-b}\end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{b-a} = \frac{۱}{۱-b} \Rightarrow b-a = ۱-b \Rightarrow ۲b = a+۱ \Rightarrow b = \frac{a+۱}{۲}$$

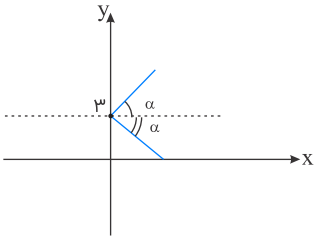
۳۱ گزینه ۳

محل تقاطع دو خط جایی است که شیرهای خروجی از کار افتاده‌اند. باتوجه‌به شکل، شیب خط سمت چپ نقطهٔ تقاطع، برابر $\frac{۴-۱۳}{۶-۰} = -\frac{۳}{۲}$ و شیب خط سمت راست برابر با $\frac{۰-۴}{۱۴-۶} = -\frac{۱}{۲}$ است.

پس قدرت خروج $\frac{۱}{۳}$ حالت قبلی است. بنابراین تعداد شیرها نیز $\frac{۱}{۳}$ حالت قبلی، یعنی $۱۲ \times \frac{۱}{۳} = ۴$ است؛ درنتیجه ۸ شیر از کار افتاده است.

۳۲ گزینه ۱

چون هر دو محور x و y مانند آینه عمل می‌کنند، پس باتوجه‌به شکل، شیب پرتو نور پس از هر بازتاب در (-۱) ضرب خواهد شد.



پس کافی است ابتدا شیب پرتو نور را در برخورد با محور yها محاسبه کنیم:

$$m = \frac{۳ - ۷}{۰ - ۲} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$$

حال پس از دو بار بازتاب، شیب دو بار در (-۱) ضرب خواهد شد، یعنی: $-(-۲) = ۲$.

۳۳ گزینه ۳

معادلهٔ خط به شیب ۳- و عرض از مبدأ ۲ به‌صورت $y = -۳x + ۲$ است که با مرتب کردن گزینهٔ "۳" به دست می‌آید.

۳۴ گزینه ۲

ابتدا معادلهٔ خط را می‌نویسیم.

$$y = ax + b \xrightarrow[\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}]{a=-۲} y = -۲x + ۳ \xrightarrow{x=-۳} y = -۲(-۳) + ۳ \Rightarrow y = ۹$$

۳۵ گزینه ۱

شیب ۳- و نقطهٔ $\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}$ را در $y = ax + b$ جایگذاری می‌کنیم تا b به دست آید.

$$y = ax + b \Rightarrow ۲ = -۳(۱) + b \Rightarrow b = ۵ \Rightarrow y = -۳x + ۵$$

۳۶ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ خط را به دست می‌آوریم:

چون با خط $y = -۳x + ۱$ موازی است، پس شیب آن ۳- می‌باشد.

$$y = -۳x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}} -۱ = -۳ \times ۲ + b \Rightarrow b = +۵$$

Bekrinoo academy

۳۷ گزینه ۴

چون با خط $۲x - ۴y = ۵$ موازی است، پس شیب‌ها برابرند.

$$۲x - ۴y = ۵ \Rightarrow ۲x - ۵ = ۴y \Rightarrow \frac{۱}{۲}x + \frac{۵}{۴} = y \Rightarrow \text{شیب} = \frac{۱}{۲}$$

$$y = ax + b \xrightarrow[\begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}]{a=\frac{۱}{۲}} -۱ = \frac{۱}{۲}(۴) + b \Rightarrow -۱ = ۲ + b \Rightarrow b = -۳$$

$$y = \frac{۱}{۲}x - ۳ \xrightarrow{\times ۲} ۲y = x - ۶ \Rightarrow ۲y - x = -۶$$

۳۸ گزینه ۲

$$۴x - ۲y = ۶ \Rightarrow y = ۲x - ۳ \Rightarrow \text{شیب خط } a = ۲$$

خط موردنظر دارای شیب ۲ است و از نقطهٔ $(-۳, ۲)$ عبور می‌کند:

$$y = ax + b \xrightarrow{a=۲} ۲ = (۲)(-۳) + b \Rightarrow b = ۸$$

$$\Rightarrow y = ۲x + ۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲}y - ۴ = x$$

۳۹ گزینه ۱

$$۲y - x = ۳ \Rightarrow ۲y = x + ۳$$
$$\Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲} \Rightarrow \text{شیب} : \frac{۱}{۲}$$

محل برخورد با محور yها، همان b در خط $y = ax + b$ می‌باشد.

$$\text{شیب} : \frac{۱}{۲}$$
$$\text{نقطه} : \begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow ۰ = ۴ \times \frac{۱}{۲} + b \Rightarrow b = -۲$$

۴۰ گزینه ۴

$$\text{شیب} : \frac{۳ - (-۵)}{-۲ - ۱} = \frac{۸}{-۳}$$

$$y = -\frac{۸}{۳}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}} ۳ = -\frac{۸}{۳} \times -۲ + b$$
$$\Rightarrow b = ۳ - \frac{۱۶}{۳} \Rightarrow b = \frac{-۷}{۳}$$

$$y = -\frac{۸}{۳}x - \frac{۷}{۳} \xrightarrow{\times ۳} ۳y = -۸x - ۷$$
$$\Rightarrow ۳y + ۸x = -۷$$

Bekrinoe academy

۴۱ گزینه ۴

ابتدا معادله خط را به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب} : \frac{۶-(-۲)}{-۱-۳} = \frac{۸}{-۴} = -۲$$

$$y = ax + b \xrightarrow[\begin{bmatrix}۳\\-۲\end{bmatrix}]{a=-۲} -۲ = ۳(-۲) + b$$

$$\text{معادله خط} : y = -۲x + ۴$$

گزینه‌های داده‌شده را در خط جایگذاری می‌کنیم که نقطهٔ $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$ روی خط قرار ندارد.

$$۳ = -۲ \times ۱ + ۴ \Rightarrow ۳ = ۲ \quad \times$$

۴۲ گزینه ۳

$$m_d = \frac{-۱-(-۱)}{-۲-۴} = ۰ \Rightarrow d : y = -۱$$

درنتیجه خط d موازی با محور xها است، بنابراین خط $y = ۳$ با خط d موازی می‌باشد و همچنین نقطهٔ $\begin{bmatrix}-۲\\۳\end{bmatrix}$ روی خط $y = ۳$ قرار دارد.

۴۳ گزینه ۴

از معلومات سؤال نتیجه می‌گیریم که خط d و خط گذرنده از A و B با یکدیگر موازی هستند. پس:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-۶-۸}{-۳-۵} = \frac{-۱۴}{-۸} = \frac{۷}{۴}$$

پس معادلهٔ خط d، به‌صورت $y = \frac{۷}{۴}x + c$ است. حال چون این خط محور طول‌ها را در -۲ قطع کرده است؛ پس عرض آن در $x = -۲$ صفر می‌باشد. بنابراین:

$$۰ = \frac{۷}{۴}(-۲) + c \Rightarrow ۰ = -\frac{۷}{۲} + c \Rightarrow c = \frac{۷}{۲}$$

پس $d : y = \frac{۷}{۴}x + \frac{۷}{۲}$ است. حال داریم:

$$x = ۵ \Rightarrow y = \frac{۷}{۴}(۵) + \frac{۷}{۲} \Rightarrow y = \frac{۳۵}{۴} + \frac{۷}{۲} = \frac{۴۹}{۴}$$

$$a - ۳ = \frac{۴۹}{۴} \Rightarrow a = \frac{۴۹}{۴} + \frac{۱۲}{۴} = \frac{۶۱}{۴}$$

۴۴ گزینه ۱

شیب خطی که از دو نقطهٔ A و B می‌گذرد برابر است با:

$$\frac{۳-(۲-m)}{-۱-m} = \frac{۱+m}{-(۱+m)} = -۱$$

و شیب خط $۲y = mx - ۱$ برابر با $\frac{m}{۲}$ است، پس داریم:

$$\frac{m}{۲} = -۱ \Rightarrow m = -۲ \Rightarrow m^۲ = (-۲)^۲ = ۴$$

۴۵ گزینه ۴

ابتدا شیب پاره‌خط AC را به دست می‌آوریم:

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{۳ - (-۱)}{۱ - ۵} = \frac{۴}{-۴} = -۱$$

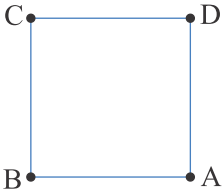
می‌دانیم دو قطر AC و BD بر هم عمودند، پس شیب BD برابر با ۱ است.
طول قطر AC برابر است با:

$$\sqrt{(y_C - y_A)^۲ + (x_C - x_A)^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۴^۲} = ۴\sqrt{۲}$$

می‌دانیم که در مربع به طول ضلع a داریم:

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{۲}$$

پس طول ضلع مربع برابر با ۴ است. چون شیب BD، برابر با ۱ است، برای به دست آوردن رأس دیگر مربع (مثلاً D)، داریم:



$$\begin{cases} x_D = x_C + ۴ \\ y_D = y_C \end{cases} \Rightarrow D = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

معادلهٔ قطر گذرنده از B و D برابر است با:

$$y = x + a \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix}} ۳ = ۵ + a \Rightarrow a = -۲$$

پس $y = x - ۲$ و گزینهٔ "۴" صحیح است.

Bekrinoo academy

۴۶ گزینه ۴

$$۳x - ۲y = ۵ \Rightarrow -۲y = -۳x + ۵ \Rightarrow y_۱ = \frac{۳}{۲}x - \frac{۵}{۲}$$
$$-۲x + ۵y = ۴ \Rightarrow ۵y = ۲x + ۴ \Rightarrow y_۲ = \frac{۲}{۵}x + \frac{۴}{۵}$$

درنتیجه دو خط موازی نیستند. بررسی می‌کنیم که نقطهٔ $A = \begin{bmatrix} -۵ \\ -۲ \end{bmatrix}$ بر خطوط داده‌شده واقع است یا نه:

$$A = \begin{bmatrix} -۵ \\ -۲ \end{bmatrix} : \begin{cases} y_۱ = \frac{۳}{۲} \times (-۵) - \frac{۵}{۲} = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰ \\ y_۲ = \frac{۲}{۵} \times -۵ + \frac{۴}{۵} = -\frac{۶}{۵} \end{cases}$$

این نقطه بر هیچ‌یک از دو خط واقع نیست و چون این دو خط موازی نیستند، درنتیجه محل برخورد این دو خط رأس مقابل این رأس در قطر متوازی‌الاضلاع است.

$$\begin{matrix} ۲\times \\ ۳\times \end{matrix} \begin{cases} ۳x - ۲y = ۵ \\ -۲x + ۵y = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{۶x} - ۴y = ۱۰ \\ \cancel{-۶x} + ۱۵y = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow ۱۱y = ۲۲ \Rightarrow y = ۲, x = ۳$$

معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطهٔ $\begin{bmatrix} -۵ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} -۵ \\ -۲ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} : y - (-۲) = \frac{۲ - (-۲)}{۳ - (-۵)}(x - (-۵))$$
$$y + ۲ = \frac{۴}{۸}(x + ۵) \Rightarrow y = \frac{x}{۲} + \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲y = x + ۱$$
$$\Rightarrow -۲y = -x - ۱ \Rightarrow -۲y + x = -۱$$

۴۷ گزینه ۱

راه‌حل اول: این خط از دو نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ عبور می‌کند، پس:

$$\text{شیب} : \frac{۲ - ۱}{۲ - ۰} = \frac{۱}{۲}$$
$$\text{عرض از مبدأ} : ۱$$
$$\Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + ۱ \xrightarrow{\times ۲} ۲y = x + ۲$$

راه‌حل دوم: می‌توانیم نقاط $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ را در خطوط داده‌شده جایگذاری کنیم.

۴۸ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل، شیب خط برابر با $a = -\frac{۳}{۴}$ و عرض از مبدأ خط برابر با $b = -۱$ است، پس داریم:

$$y = -\frac{۳}{۴}x - ۱$$

۴۹ گزینه ۲

چون شیب ۲ می‌باشد؛ یعنی هر واحدی که به جلو حرکت کنیم مقدار y دو واحد زیاد می‌شود و هر واحد که به عقب حرکت کنیم یعنی مقدار y دو واحد کمتر می‌شود.

از نقطهٔ ۱ تا $-\frac{۱}{۲}$ به اندازهٔ ۱/۵ واحد به عقب حرکت کرده‌ایم، پس مقدار y نیز ۳ واحد کم می‌شود.

$$P\left(-\frac{۱}{۲}\ ,\ ۵\right)$$

۵۰ گزینه ۳

دو نقطهٔ $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}$ بر روی این خط است. این دو نقطه را در گزینه‌ها بررسی می‌کنیم.

۱) $y - ۴x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}} ۰ - ۴(-۱) = ۱$ ×

۲) $۳y - x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}} ۰ - (-۱) = ۱$ ✓

$۳y - x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}} ۳ - ۳ = ۱$ ×

۳) $۴y - x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}} ۰ - (-۱) = ۱$ ✓

$۴y - x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}} ۴ - ۳ = ۱$ ✓

۴) $y - ۳x = ۱ \xrightarrow{\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}} ۰ - ۳(-۱) = ۱$ ×

پس گزینهٔ "۳" صحیح است.

۵۱ گزینه ۴

$$y = -۲$$

۵۲ گزینه ۲

برای این منظور در معادلهٔ خط باید ضریب متغیر x برابر با صفر شود، پس:

$$۳m - ۵ = ۰ \Rightarrow m = \frac{۵}{۳}$$

۵۳ گزینه ۳

خطوطی که موازی محور عرض‌ها هستند به‌صورت $x = a$ می‌باشند. چون طول نقطهٔ اول ۳- است لذا طول نقطهٔ دوم نیز باید چنین باشد؛ پس داریم:

$$-۲m - ۱ = -۳ \Rightarrow ۲m = ۳ - ۱ \Rightarrow ۲m = ۲ \Rightarrow m = ۱$$

۵۴ گزینه ۱

هر خط که موازی محور xها باشد، به‌صورت $y = k$ است، پس:

$$(a-۱)x+(b+۲)y=c \Rightarrow \begin{cases} a-۱=۰ \Rightarrow a=۱ \\ b+۲\neq ۰ \Rightarrow b\neq -۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (b+۲)y=c \Rightarrow y=\frac{c}{b+۲} \xrightarrow{y=-۵} \frac{c}{b+۲}=-۵ \Rightarrow c=-۵b-۱۰$$

۵۵ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه معادلهٔ خط موردنظر بر خط $x = ۳$ عمود است، پس شیب آن صفر می‌باشد، بنابراین:

$$y=ax+b=۰\times x+b \Rightarrow y=b$$

خط $y = b$ از نقطهٔ $A=\begin{bmatrix} ۵ \\ -۱ \end{bmatrix}$ می‌گذرد، درنتیجه معادلهٔ خط به‌صورت $y = -۱$ است.

۵۶ گزینه ۱

$$y-۵x=۰ \Rightarrow y=۵x$$

معادلهٔ خط‌های مبدأ به‌صورت $y = ax$ است.

۵۷ گزینه ۳

خطی که از مبدأ مختصات عبور کند به‌صورت $y = ax$ است، پس:

$$۳m+۶=۰ \Rightarrow m=-۲$$

۵۸ گزینه ۲

معادلهٔ خطی که از مبدأ مختصات و نقطهٔ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ عبور کند به‌صورت زیر است:

$$y=\frac{b}{a}x$$

پس چون از نقطهٔ $\begin{bmatrix} a \\ ۳ \end{bmatrix}$ و مبدأ عبور می‌کند:

$$y=\frac{۳}{a}x$$

باید با معادلهٔ $y=\frac{۱}{۲}x+c$ یکسان باشد، پس:

$$\frac{۳}{a}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow a=۶ \xrightarrow{c=۰} a+c=۶$$

Bekrinoo academy

۵۹ گزینه ۱

معادله خط گذرا از دو نقطهٔ A و B را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} ۱ \\ n-۳ \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} -۲ \\ n+۵ \end{bmatrix}$$

$$m_{AB} = \frac{(n+۵)-(n-۳)}{-۲-۱} = \frac{n+۵-n+۳}{-۳} = \frac{-۸}{۳}$$

معادله خط به صورت زیر است:

$$y-(n-۳) = \frac{-۸}{۳}(x-۱)$$

$$\xrightarrow{(۰,۰)} ۰-(n-۳) = \frac{-۸}{۳}(۰-۱) \Rightarrow -n+۳ = \frac{۸}{۳} \Rightarrow n = ۳-\frac{۸}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

۶۰ گزینه ۱

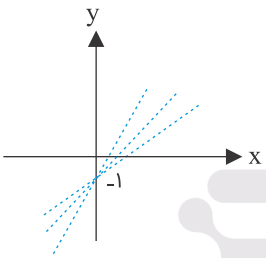
ابتدا معادلهٔ خط را به‌صورت $y = ax+b$ می‌نویسیم.

$$x+۲y = -۳ \Rightarrow ۲y = -x-۳ \Rightarrow y = -\frac{x}{۲} - \frac{۳}{۲}$$

چون هم شیب و هم عرض از مبدأ این خط منفی هستند، این خط از ناحیهٔ اول نمی‌گذرد.

۶۱ گزینه ۴

خط به‌صورت فرضی مانند زیر است:

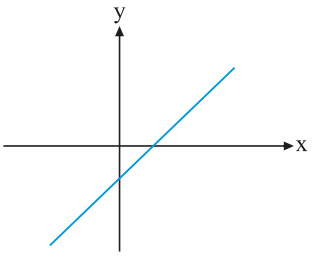


پس خط داده‌شده پس از نقطهٔ $(-۱ , ۰)$ به بالا حرکت می‌کند. پس قطعاً نمی‌تواند از نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$ عبور کند.

Bekrinoo academy

۶۲ گزینه ۳

ازآنجایی‌که زاویهٔ بین خط با جهت مثبت محور طول‌ها زاویهٔ تند و عرض از مبدأ منفی است، بنابراین خط از نواحی ۱، ۳ و ۴ عبور می‌کند و از ناحیهٔ دوم عبور نمی‌کند، پس شکل فرضی به‌صورت زیر است:



نقطهٔ $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ در ناحیهٔ دوم قرار دارد و بنابراین نمی‌تواند روی خط قرار بگیرد.

۶۳ گزینه ۴

شیب و عرض از مبدأ منفی می‌باشد، پس مشابه گزینهٔ "۴" است.

$$\begin{cases} a < ۰ \\ ab > ۰ \end{cases} \Rightarrow b < ۰$$

۶۴ گزینه ۱

$$\left.\begin{matrix} ab > ۰ \Rightarrow b = ۰ \\ ax + by + c = ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b}x + y + \frac{c}{b} = ۰ \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

شیب خط $-\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ آن $-\frac{c}{b}$ است.

$ab > ۰ \Rightarrow \frac{a}{b} > ۰ \Rightarrow -\frac{a}{b} < ۰$ شیب خط منفی است

$bc < ۰ \Rightarrow \frac{c}{b} < ۰ \Rightarrow -\frac{c}{b} > ۰$ عرض از مبدأ مثبت است

شیب گزینهٔ ۱ و گزینهٔ ۳ منفی است. در بین این دو، عرض از مبدأ گزینهٔ ۱ مثبت است.

۶۵ گزینه ۲

چون:

$$ax + b^۲y = c \Rightarrow y = -\frac{a}{b^۲}x + \frac{c}{b^۲}$$

همچنین باتوجه‌به شکل، شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است، بنابراین $a > ۰$ و $c > ۰$ و علامت b هم اهمیتی ندارد. تنها در گزینه (۲) هر دو متغیر a و c مثبت هستند.

Bekrinoo academy

۶۶

گزینه ۳

باید شیب خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت باشد تا خط از ناحیهٔ ۳ عبور نکند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

$$y = \frac{۲}{۵}x + \frac{۸}{۵}$$

گزینهٔ ۲:

$$y = \frac{۲}{۵}x - \frac{۸}{۵}$$

گزینهٔ ۳:

$$y = -\frac{۲}{۵}x + \frac{۸}{۵}$$

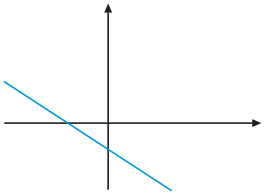
گزینهٔ ۴:

$$y = \frac{-۲}{۵}x - \frac{۸}{۵}$$

Bekrinoo academy

۶۷ گزینه ۲

خط $a^۲x + by = d + c^۲ + ey$ فقط از ناحیهٔ یک نباید عبور کند، بنابراین شکل تقریبی آن به‌صورت زیر است:



$$\text{شیب} < ۰ \text{ , عرض از مبدأ} < ۰$$

$$a^۲x + by = d + c^۲ + ey \Rightarrow by - ey = -a^۲x + d + c^۲$$

$$\Rightarrow y(b-e) = -a^۲x + d + c^۲ \Rightarrow y = \frac{-a^۲}{b-e}x + \frac{d+c^۲}{b-e}$$

$$\text{شیب} = \frac{-a^۲}{b-e} < ۰ \Rightarrow b-e > ۰ \Rightarrow e-b < ۰$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{d+c^۲}{b-e} < ۰ \xrightarrow{b-e>۰} d + c^۲ < ۰ \Rightarrow d < ۰$$

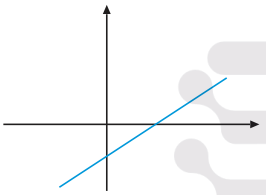
$$bx + dy = ex + a^۲ \Rightarrow dy = ex - bx + a^۲$$

$$\Rightarrow dy = (e-b)x + a^۲ \Rightarrow y = \frac{e-b}{d}x + \frac{a^۲}{d}$$

$$\text{شیب} = \frac{e-b}{d} \xrightarrow[d<۰]{e-b<۰} \text{شیب} > ۰$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{a^۲}{d} \xrightarrow{d<۰} \text{عرض از مبدأ} < ۰$$

باتوجه‌به اینکه شیب مثبت و عرض از مبدأ منفی است، خط $bx + dy = ex + a^۲$ به شکل زیر می‌باشد. پس از ناحیهٔ دوم عبور نمی‌کند.



۶۸ گزینه ۱

$$۲x + y = ۵ \xrightarrow{y=۳-x} ۲x + ۳ - x = ۵ \quad \Rightarrow \quad x = ۲$$

$$y = ۳ - x \xrightarrow{x=۲} y = ۱$$

$$x - ۲y \xrightarrow[y=۱]{x=۲} ۲ - ۲(۱) = ۰$$

Bekrinoo academy

۶۹ گزینه ۲

$$\begin{cases}\frac{x+۱}{۲}-\frac{y}{۳}=۱\\ x+۲y=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۳x+۳-۲y}{۶}=۱\\ x+۲y=۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳x-۲y+۳=۶\\ x+۲y=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۳x-۲y=۳\\ x+۲y=۵\end{cases}$$

$$۴x=۸\Rightarrow x=۲$$

$$x+۲y=۵\xrightarrow{x=۲}۲+۲y=۵\Rightarrow y=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow x+y=۲+\frac{۳}{۲}=\frac{۷}{۲}$$

۷۰ گزینه ۲

$$\begin{cases}\frac{۳}{۲}x=y-۱\\ \frac{x+y}{۲}=\frac{x+۳}{۵}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۳x=۲y-۲\\ ۵x+۵y=۲x+۶\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳x-۲y=-۲\\ ۳x+۵y=۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۳x-۲y=-۲\\ ۳x+۵y=۶\end{cases}$$

$$۷y=۸\Rightarrow y=\frac{۸}{۷}$$

۷۱ گزینه ۴

$$\begin{cases}۳\times\left(\frac{x+y}{۳}+xy=۱\right)\\ ۳\times\left(\frac{۲x-y}{۳}-xy=-۳\right)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+y+۳xy=۳\\ ۲x-y-۳xy=-۹\end{cases}$$

$$۳x=-۶\Rightarrow x=-۲$$

$$x+y+۳xy=۳\Rightarrow -۲+y-۶y=۳\Rightarrow -۵y=۵\Rightarrow y=-۱$$

$$x-۲y=-۲-۲(-۱)=-۲+۲=۰$$

۷۲ گزینه ۳

$$\begin{cases}(x+۳)(y+۲)=-۴\\ (x-۴)(y+۲)=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}xy+۲x+۳y+۶=-۴\\ xy+۲x-۴y-۸=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}xy+۲x+۳y=-۱۰\\ xy+۲x-۴y=۱۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-xy-۲x-۳y=۱۰\\ xy+۲x-۴y=۱۱\end{cases}$$

$$-۷y=۲۱\Rightarrow y=-۳$$

Bekrinoo academy

۷۳ گزینه ۲

نقطهٔ $\begin{bmatrix}۳\\-۱\end{bmatrix}$ در هر دو معادلهٔ داده‌شده صدق می‌کند؛ بنابراین به‌جای x و y اعداد ۳ و ۱- را جایگذاری می‌کنیم.

$$\begin{cases} a\times(-۱)-۴\times(۳)+۱۵=۰\Rightarrow -a-۱۲+۱۵=۰ \\ \Rightarrow -a=۱۲-۱۵\Rightarrow -a=-۳\Rightarrow a=۳ \\ -۱=۳\times ۳+b\Rightarrow -۱=۹+b\Rightarrow -۱-۹=b\Rightarrow b=-۱۰ \end{cases}$$

$$a-b=۳-(-۱۰)=۳+۱۰=۱۳$$

۷۴ گزینه ۱

نقطهٔ $A=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ محل تلاقی دو خط است، پس در هر دو خط صدق می‌کند:

$$mx+۳y=-۳n+۲\xrightarrow{A=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}}۲m+۹=-۳n+۲\Rightarrow ۲m+۳n=-۷$$

$$nx+my=۲m-۴\xrightarrow{A=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}}۲n+۳m=۲m-۴\Rightarrow m+۲n=-۴$$

$$\Rightarrow (-۲)\times\begin{cases}۲m+۳n=-۷\\ m+۲n=-۴\end{cases}\Rightarrow -n=۱\Rightarrow n=-۱$$

$$m+۲n=-۴\xrightarrow{n=-۱}m=-۲\Rightarrow m-n=-۲-(-۱)=-۲+۱=-۱$$

۷۵ گزینه ۱

چون پایه‌ها برابر نیستند، پس باید توان‌ها برابر صفر شوند.

$$\begin{cases}۲x-۳y+۴=۰\\ x+۲y-۵=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۲x-۳y=-۴\\ x+۲y=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۲x-۳y=-۴\\ -۲x-۴y=-۱۰\end{cases}$$

$$-۷y=-۱۴\Rightarrow y=۲$$

$$x+۲y=۵\Rightarrow x+۴=۵\Rightarrow x=۱$$

۷۶ گزینه ۴

باتوجه‌به قاعده‌های توان، تساوی‌ها را به‌صورت دو عبارت توان‌دار با پایه‌های مساوی تبدیل می‌کنیم.

$$۵^{x-۲y}=۱\Rightarrow ۵^{x-۲y}=۵^{۰}\Rightarrow x-۲y=۰$$

$$۲^{۲x-۳y}=۱۶\Rightarrow ۲^{۲x-۳y}=۲^{۴}\Rightarrow ۲x-۳y=۴$$

$$-۲\times\begin{cases}x-۲y=۰\\ ۲x-۳y=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲x+۴y=۰\\ ۲x-۳y=۴\end{cases}$$

$$y=۴$$

$$x-۲y=۰\xrightarrow{y=۴}x-۲(۴)=۰\Rightarrow x=۸$$

$$x-y=۸-۴=۴$$

۷۷ گزینه ۱

$$\begin{cases} ۳^{۵x} \times ۳^{۲y} = ۳^{۶} \Rightarrow ۳^{۵x+۲y} = ۳^{۶} \Rightarrow ۵x + ۲y = ۶ \\ ۲^{۳x} \div ۲^{۴y} = ۲^{۱۴} \Rightarrow ۲^{۳x-۴y} = ۲^{۱۴} \Rightarrow ۳x - ۴y = ۱۴ \end{cases}$$

پس دو معادله و دو مجهول داریم:

$$+۲\times \begin{cases} ۵x + ۲y = ۶ \\ ۳x - ۴y = ۱۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰x + ۴y = ۱۲ \\ ۳x - ۴y = ۱۴ \end{cases} \Rightarrow ۱۳x = ۲۶ \Rightarrow x = ۲$$

$$۵(۲) + ۲y = ۶ \Rightarrow ۲y = -۴ \Rightarrow y = -۲$$

$$\Rightarrow ۳x + y = ۳(۲) - ۲ = ۶ - ۲ = ۴$$

۷۸ گزینه ۱

$$۲m + ۳n - ۳ = n + ۴m - ۶ \Rightarrow ۲m - ۴m + ۳n - n = -۶ + ۳ \Rightarrow -۲m + ۲n = -۳ \quad (۱)$$

$$۲m - ۳n = ۳n - ۵ \Rightarrow ۲m - ۳n - ۳n = -۵ \Rightarrow ۲m - ۶n = -۵ \quad (۲)$$

$$k - ۶ = ۰ \Rightarrow k = ۶$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} -۲m + ۲n = -۳ \\ ۲m - ۶n = -۵ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲n - ۶n = -۸ \Rightarrow n = ۲$$

$$-۲m + ۴ = -۳ \Rightarrow m = \frac{۷}{۲}$$

بنابراین:

$$۳n + ۲m - ۲k = ۶ + ۷ - ۱۲ = ۱$$

۷۹ گزینه ۳

$$a^{۲}bc = -۷۵ \ , \ ab^{۲}c = ۱۵ \ , \ abc^{۲} = -۴۵$$

$$a^{۲}bc \times ab^{۲}c \times abc^{۲} = -۷۵ \times ۱۵ \times -۴۵$$

$$\Rightarrow a^{۴}b^{۴}c^{۴} = ۵^{۲} \times ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۳^{۲} \times ۵$$

$$\Rightarrow a^{۴}b^{۴}c^{۴} = ۳^{۴} \times ۵^{۴} \Rightarrow (abc)^{۴} = (۱۵)^{۴} \Rightarrow abc = ۱۵$$

۸۰ گزینه ۳

ابتدا محل برخورد دو خط را پیدا می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} y - x = -۱ \xrightarrow{\times(-۳)} -۳y + ۳x = ۳ \\ ۳y - ۲x = ۱ \Rightarrow ۳y - ۲x = ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow y - ۴ = -۱ \Rightarrow y = ۳$$

$$\text{شیب خط} = -۲ \ , \ \text{نقطه} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow y = -۲x + b \Rightarrow ۳ = -۸ + b \Rightarrow b = ۱۱$$

معادلهٔ خط : $y = -۲x + ۱۱$

Bekrinoo academy

۸۱ گزینه ۴

$$۳\times\begin{cases}۳y-۶x=۳\\ ۲y=-۲x+۱۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۳y-۶x=۳\\ ۶y+۶x=۴۲\end{cases}\Rightarrow ۹y=۴۵\Rightarrow \underline{y=۵}$$

$$\xrightarrow[y=۵]{۳y-۶x=۳} ۳(۵)-۶x=۳\Rightarrow \underline{x=۲}$$

با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم که همه گزینه‌ها دارای عرض از مبدأ -۳ هستند و از بین آن‌ها تنها معادلهٔ خط گزینه (۴) از نقطه $\begin{bmatrix}۲\\ ۵\end{bmatrix}$ می‌گذرد.

۸۲ گزینه ۲

برای اینکه سه خط داده‌شده در یک نقطه متقاطع باشند، نقطهٔ تقاطع باید دارای $x=۲$ و روی خط $x=y$ (نیمساز ناحیهٔ اول و سوم) باشد، پس: $x=y=۲$

$$(m-۳)x+۶y=۴\xrightarrow{(۲,۲)}۲(m-۳)+۱۲=۴$$
$$\Rightarrow ۲m-۶+۱۲=۴\Rightarrow m=-۱$$

۸۳ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل، معادلهٔ خط d را به دست می‌آوریم. دو نقطهٔ $(-۴,۰)$ و $(۰,-۲)$ روی خط d قرار دارند، بنابراین:

$$m_d=\frac{۰-(-۲)}{-۴-۰}=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}$$
$$d\text{ عرض از مبدأ خط}=-۲$$

$$\Rightarrow d: y=-\frac{۱}{۲}x-۲\Rightarrow x+۲y=-۴$$

حال مختصات نقطهٔ A که محل تقاطع دو خط است را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}x+۲y=-۴\\ ۲x+y=۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+۲y=-۴\\ -۴x-۲y=-۲\end{cases}\Rightarrow -۳x=-۶\Rightarrow x=۲$$

$$۲x+y=۱\xrightarrow{x=۲}۲(۲)+y=۱\Rightarrow y=۱-۴=-۳$$
$$A(۲,-۳)\Rightarrow \text{مجموع طول و عرض}=۲-۳=-۱$$

Bekrinoo academy

۸۴ گزینه ۳

باید سه خط داشته باشیم که اولاً دارای شیب طبیعی باشند؛ ثانیاً مجموع شیب‌ها ۴ باشد. پس دو خط دارای شیب ۱ و یک خط دارای شیب ۲ می‌باشد. فرض می کنیم این سه خط y_1، y_2 و y_3 باشند. نقطهٔ برخورد دو خط اول را $\begin{bmatrix}-3\\-1\end{bmatrix}$ در نظر می‌گیریم و باتوجه‌به این ویژگی‌ها ضابطهٔ دو خط را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} y_1 = x + A \\ y_2 = 2x + B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = -3 + A \Rightarrow A = 2 \\ -1 = -6 + B \Rightarrow B = 5 \end{cases}$$

توجه داشته باشید که دو خط y_1 و y_3 نمی‌توانند دارای عرض از مبدأ برابر باشند، زیرا در این صورت بر هم منطبق می‌شوند و چون هر دو خط متقاطع فقط در یک نقطه مشترک‌اند، نمی‌توان این سه خط (که در واقع دو خط هستند) را طوری یافت که دو نقطهٔ برخورد داشته باشند. خط سوم باید با یکی از دو خط دیگر در $\begin{bmatrix}-8\\y\end{bmatrix}$ برخورد داشته باشد، پس باید با y_2 تقاطع داشته باشد. معادلهٔ این سه خط به‌صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} y_1 = x + 2 \\ y_2 = 2x + 5 \\ y_3 = x + C \end{cases}$$

$$y_2, y_3 \text{ تلاقی} \Rightarrow 2x + 5 = x + C \Rightarrow x = C - 5 \xrightarrow{\begin{bmatrix}-8\\y\end{bmatrix}} -8 = C - 5 \Rightarrow C = -3$$

$$\Rightarrow y_3 = x - 3 \xrightarrow{\begin{bmatrix}-8\\y\end{bmatrix}} y = -8 - 3 = -11$$

$$A = 2 + 5 - 3 = 4$$

$$\Rightarrow y + A = -11 + 4 = -7$$

۸۵ گزینه ۲

شیب خط $ax + by = c$ برابر $-\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ آن برابر $\frac{c}{b}$ است. اگر تمام ضرایب در k ضرب شوند داریم $kax + kby = kc$ که شیب آن برابر $-\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ آن برابر $\frac{c}{b}$ است؛ بنابراین شیب و عرض از مبدأ دو خط با یکدیگر مساوی هستند و درنتیجه دو خط بر هم منطبق هستند.

۸۶ گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{l} y = (3a + 1)x - 4 \Rightarrow m_1 = 3a + 1 \\ (2a + 6)x + 2y = 0 \Rightarrow 2y = -(2a + 6)x \Rightarrow y = -\frac{(2a + 6)}{2}x \Rightarrow m_2 = -\frac{(2a + 6)}{2} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow 3a + 1 = -\frac{(2a + 6)}{2} \Rightarrow a = -1$$

۸۷ گزینه ۴

راه‌حل اول:

زمانی دستگاه معادلات خطی جواب ندارد که دو خط موازی باشند و بر هم منطبق نباشند.

$$\begin{cases} ۴y = -۶x + ۵ \Rightarrow y = -\frac{۶}{۴}x + \frac{۵}{۴} \Rightarrow m_۱ = -\frac{۶}{۴} = -\frac{۳}{۲} \\ kx - ۲y = ۱۰ \Rightarrow -۲y = ۱۰ - kx \Rightarrow y = \frac{۱۰}{-۲} + \frac{k}{۲}x = -۵ + \frac{k}{۲}x \Rightarrow m_۲ = \frac{k}{۲} \end{cases}$$

$$m_۱ = m_۲ \Rightarrow -\frac{۳}{۲} = \frac{k}{۲} \Rightarrow k = -۳$$

درنتیجه به‌ازای $k = -۳$ دو خط با هم موازی هستند. همچنین باتوجه‌به اینکه دو خط عرض از مبدأ متفاوت دارند، بر هم منطبق نیستند.

راه‌حل دوم:

نکته: دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ زمانی با هم موازی هستند و هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند که: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

حال باتوجه‌به نکته داریم:

$$\begin{cases} ۶x + ۴y = ۵ \\ kx - ۲y = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{۶}{k} = \frac{۴}{-۲} = \frac{۵}{۱۰}$$

$$\frac{۶}{k} = \frac{۴}{-۲} \Rightarrow \frac{۶}{k} = -۲ \Rightarrow k = -۳$$

۸۸ گزینه ۱

برای آنکه دستگاه جواب نداشته باشد بایستی دو خط باهم موازی باشند، بنابراین:

$$\begin{cases} ۲x - (n+۱)y = ۴ \\ y = \frac{۴}{n}x - ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲x - (n+۱)y = ۴ \\ \frac{-۴}{n}x + y = -۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط موازی بودن دو خط}} \frac{۲}{\frac{-۴}{n}} = \frac{-(n+۱)}{۱} = \frac{۴}{-۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۲n}{-۴} = \frac{-(n+۱)}{۱} \Rightarrow ۲n = ۴n + ۴ \Rightarrow ۲n = -۴ \Rightarrow n = -۲$$

۸۹ گزینه ۱

دستگاه معادلات وقتی جواب ندارد که دو خط داده‌شده موازی باشند:

$$\begin{cases} ۲ax - x + ۲ - ۳y = ۰ \\ y - ax - ۳ = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (۲a-۱)x - ۳y = -۲ \\ -ax + y = ۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۲a-۱}{-a} = \frac{-۳}{۱} \neq \frac{-۲}{۳} \Rightarrow ۲a - ۱ = ۳a \Rightarrow a = -۱$$

۹۰ گزینه ۱

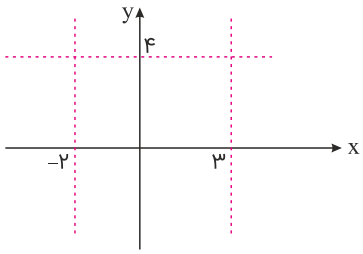
در گزینهٔ ۱ داریم:

$$\begin{cases} ۴x + ۳y = ۷ \\ ۸x + ۶y = ۱۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{۴}{۸} = \frac{۳}{۶} = \frac{۷}{۱۴}$$

پس دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

۹۱ گزینه ۴

این خطوط را رسم می‌کنیم:



$$\text{عرض} = ۴ \quad , \quad \text{طول} = ۵$$
$$\Rightarrow \text{مساحت} = ۴ \times ۵ = ۲۰$$

۹۲ گزینه ۲

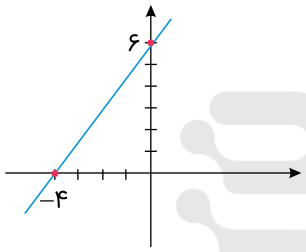
مختصات محل برخورد با محورهای مختصات را به دست می‌آوریم تا مختصات رأس‌های مثلث گفته‌شده به دست آید.

نقطهٔ تقاطع با محور yها:

$$x = ۰ \Rightarrow ۲y - ۳(۰) = ۱۲ \Rightarrow y = ۶ \Rightarrow \begin{bmatrix} ۰ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

نقطهٔ تقاطع با محور xها:

$$y = ۰ \Rightarrow ۰ - ۳x = ۱۲ \Rightarrow x = -۴ \Rightarrow \begin{bmatrix} -۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$$



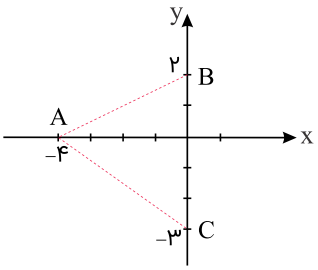
$$S = \frac{۶ \times ۴}{۲} = ۱۲$$

Bekrinoo academy

۹۳ گزینه ۴

برخورد با محور xها $\xrightarrow{y=0}$ $0 = x + 4 \Rightarrow x = -4$

برخورد با محور yها $\xrightarrow{x=0}$ $2y = 0 + 4 \Rightarrow y = 2$



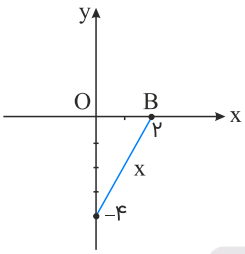
مساحت : $\frac{4 \times 5}{2} = 10$

۹۴ گزینه ۲

برای به دست آوردن محل برخورد با محورهای مختصات باید یکبار x و بار دیگر y را صفر دهیم:

$y = 2x - 4 \xrightarrow{x=0} y = -4$

$y = 2x - 4 \xrightarrow{y=0} x = 2$



$x^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow x = \sqrt{20}$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{5}$

محیط مثلث : $2 + 4 + 2\sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5}$

۹۵ گزینه ۲

$$y = 5x + b \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = b \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \\ y = 0 \Rightarrow 5x + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{5} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{b}{5} \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

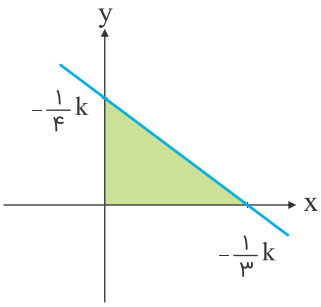
$$S_\Delta = \frac{|A| \times |B|}{2} = \frac{b \times \frac{b}{5}}{2} = \frac{\frac{b^2}{5}}{2} = 10 \Rightarrow b^2 = 100 \Rightarrow b = \pm 10$$

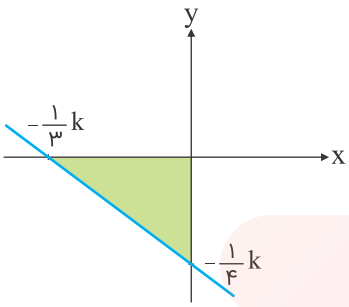
Sekrinoo academy

۹۶ گزینه ۲

$$۶x + ۸y + ۲k = ۰ \Rightarrow ۸y = -۶x - ۲k \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴}x - \frac{۱}{۴}k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۴}k \\ y = ۰ \Rightarrow -\frac{۳}{۴}x - \frac{۱}{۴}k = ۰ \Rightarrow -۳x - k = ۰ \Rightarrow x = -\frac{k}{۳} \end{cases}$$





باتوجه‌به اینکه شیب خط برابر $-\frac{۳}{۴}$ و منفی است، خط y به دو شکل زیر می‌تواند باشد:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۴}k)(-\frac{۱}{۳}k) = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲۴}k^۲ = ۶ \Rightarrow k^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow k = \pm ۱۲$$

۹۷ گزینه ۲

چون مثلث متساوی الساقین است پس در این حالت باید ضرایب x و y برابر باشند.

$$۲m - ۳ = m + ۱ \quad \Rightarrow \quad m = ۴$$

$$۵x + ۵y = ۱۵$$

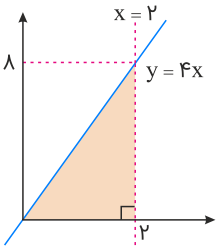
محل برخورد با محورهای مختصات $\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۳ \\ y = ۰ \Rightarrow x = ۳ \end{cases}$

مساحت مثلث : $\frac{۳ \times ۳}{۲} = ۴/۵$

Bekrinoo academy

۹۸ گزینه ۳

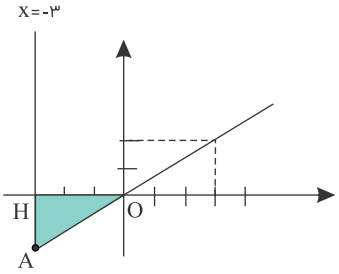
ابتدا خطوط را رسم می‌کنیم.



$$\text{مساحت مثلث} : \frac{۲ \times ۸}{۲} = ۸$$

۹۹ گزینه ۴

خط‌ها را رسم می‌کنیم.



$$۲x = ۳y \Rightarrow y = \frac{۲}{۳}x$$

$$x + ۳ = ۰ \Rightarrow x = -۳$$

نقطهٔ A از برخورد دو خط ایجاد شده است. مختصات آن برابر است با:

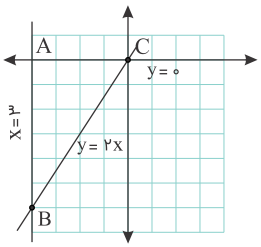
$$\left.\begin{matrix} y = \frac{۲}{۳}x \\ x = -۳ \end{matrix}\right\} \rightarrow y = \frac{۲}{۳} \times (-۳) = -۲ \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AH = ۲ \ , \ OH = ۳ \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{OAH}} = \frac{۳ \times ۲}{۲} = ۳$$

Bekrinoo academy

۱۰۰ گزینه ۲

سه خط را رسم می‌کنیم.



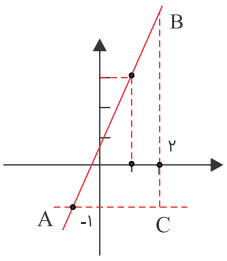
$AC = ۳ , AB = ۶$

$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{AC \times AB}{۲} = \frac{۳ \times ۶}{۲} = ۹$

Bekrinoo academy

۱۰۱ گزینه ۲

خط‌ها را رسم می‌کنیم.



$$\left.\begin{matrix} y-۲x=۱ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow y=۱ \\ y=۳ \Rightarrow x=۱ \end{matrix}\right\}$$

درنتیجه محل برخورد خط $x=۲$ با $y-۲x=۱$ برابر است با:

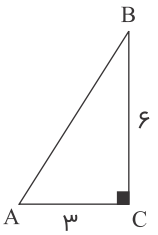
$$y-۴=۱ \Rightarrow y=۵$$

پس مختصات نقطهٔ B مساوی $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$ است؛ بنابراین طول BC برابر $۵+۱=۶$ است.

محل برخورد خط $y=-۱$ با $y-۲x=۱$ برابر است با:

$$-۱-۲x=۱ \Rightarrow x=-۱$$

پس مختصات نقطهٔ A مساوی $\begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$ است؛ بنابراین طول AC برابر $۱+۲=۳$ است.



$$AB^{۲}=۶^{۲}+۳^{۲}=۳۶+۹=۴۵ \Rightarrow AB=\sqrt{۴۵}=۳\sqrt{۵}$$

$$\text{محیط } \overset{\Delta}{ABC}=۶+۳+۳\sqrt{۵}=۹+۳\sqrt{۵}$$

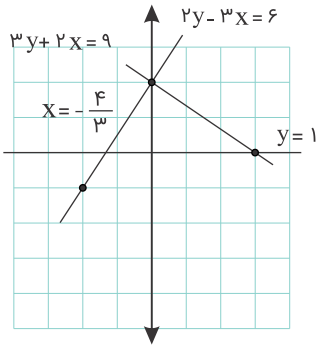
Bekrinoo academy

۱۰۲ گزینه ۳

در این تیپ سؤال‌ها باید خط‌ها را در دستگاه مختصات رسم کنید تا ببینید نسبت به هم چه وضعیتی پیدا می‌کنند.

$$۲y - ۳x = ۶ \xrightarrow{y=۱} ۲ - ۳x = ۶ \Rightarrow -۳x = ۴ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳}$$

$$۳y + ۲x = ۹ \xrightarrow{y=۱} ۳ + ۲x = ۹ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳$$



باتوجه‌به شکل ارتفاع مثلث برابر ۲ و قاعده برابر $\frac{۱۳}{۳} = \frac{۴}{۳} + ۳$ است، پس مساحت مثلث برابر است با:

$$(\frac{۱۳}{۳} \times ۲) \div ۲ = \frac{۱۳}{۳}$$

۱۰۳ گزینه ۳

$$\frac{OA \times OB}{۲} = ۳ \Rightarrow \frac{OA \times ۲}{۲} = ۳ \Rightarrow OA = ۳$$

$$A = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

شیب خط : $\frac{-۳ - ۰}{۰ - ۲} = \frac{۳}{۲}$

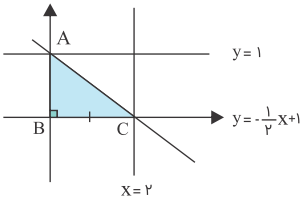
$$y = ax + b \xrightarrow[\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}]{a=\frac{۳}{۲}} ۰ = \frac{۳}{۲} \times ۲ + b \Rightarrow b = -۳$$

$$y = \frac{۳}{۲}x - ۳ \xrightarrow{x=\frac{۷}{۲}} y = \frac{۳}{۲} \times \frac{۷}{۲} - ۳ = \frac{۲۱}{۴} - ۳ = \frac{۹}{۴}$$

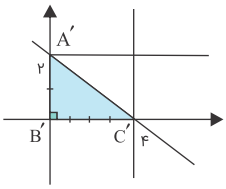
Bekrinoo academy

۱۰۴ گزینه ۳

فرض می‌کنیم خط اول یعنی $y = ax + b$ به‌صورت $y = ۱$ باشد. همچنین خط دوم یعنی $y = cx + d$ به‌صورت $x = ۲$ باشد، همچنین خط سوم یعنی $y = ex + f$ به‌صورت $y = -\frac{۱}{۲}x + ۱$ باشد؛ بنابراین مطابق شکل، از برخورد آن‌ها مثلث ABC به مساحت ۱ واحد ایجاد می‌شود.



حال در حالت جدید، خط اول به‌صورت $y = ۲$، خط دوم به‌صورت $x = ۴$ و خط سوم به‌صورت $y = -\frac{۱}{۲}x + ۲$ در می‌آیند. این سه خط را رسم می‌کنیم.



مساحت مثلث $A'B'C'$ برابر $\frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$ می شود، پس طبق این مثال مساحت مثلث جدید ۴ واحد می‌شود.

۱۰۵ گزینه ۳

تعداد سکهٔ ۵ تومانی را x و تعداد سکهٔ ۱۰ تومانی را y در نظر می‌گیریم.

$$-۱۰\times \begin{cases} x + y = ۲۰ \\ ۵x + ۱۰y = ۱۲۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۱۰x - ۱۰y = -۲۰۰ \\ ۵x + ۱۰y = ۱۲۰ \end{cases}$$

$$-۵x = -۸۰ \Rightarrow x = ۱۶$$

تعداد سکه‌های ۵ تومانی ۱۶تا است.

۱۰۶ گزینه ۳

تعداد اتومبیل را x و تعداد دوچرخه را y در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} x + y = ۲۰ \\ ۴x + ۲y = ۶۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲x - ۲y = -۴۰ \\ ۴x + ۲y = ۶۶ \end{cases}$$

$$۲x = ۲۶ \Rightarrow x = ۱۳$$

پس ۱۳ اتومبیل داریم.

۱۰۷ گزینه ۲

طول مستطیل را y و عرض آن را x در نظر می‌گیریم.

$$\left.\begin{matrix} y = ۳x - ۱ \\ ۲x + ۲y = ۱۶ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲x + ۲(۳x - ۱) = ۱۶$$

$$\Rightarrow ۲x + ۶x - ۲ = ۱۶ \Rightarrow ۸x = ۱۸ \Rightarrow x = \frac{۱۸}{۸} = \frac{۹}{۴}$$

$$y = ۳ \times \frac{۹}{۴} - ۱ = \frac{۲۷}{۴} - ۱ = \frac{۲۳}{۴}$$

$$\text{مساحت} : \frac{۹}{۴} \times \frac{۲۳}{۴} = \frac{۲۰۷}{۱۶}$$

۱۰۸ گزینه ۴

سن امیر x، سن رضا y است.

$$\begin{cases} x = ۳y - ۲ \\ x + y = ۲۶ \end{cases} \Rightarrow ۳y - ۲ + y = ۲۶ \Rightarrow ۴y = ۲۸$$

$$\Rightarrow y = ۷ \Rightarrow x = ۱۹$$

$$\text{اختلاف} : ۱۹ - ۷ = ۱۲$$

۱۰۹ گزینه ۳

سن کنونی پسر را x و سن کنونی پدر را y در نظر بگیرید؛ بنابراین سن پسر در دو سال دیگر برابر $x + ۲$ و سن پدر در دو سال دیگر برابر $y + ۲$ خواهد بود. سن شش سال قبل پسر نیز برابر $x-۶$ است.

$$y = ۴(x - ۶) \Rightarrow ۴x - y = ۲۴ \quad (*)$$

$$(x + ۲) + (y + ۲) = ۶۰ \Rightarrow x + y = ۵۶ \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow \begin{cases} ۴x - y = ۲۴ \\ x + y = ۵۶ \end{cases} \Rightarrow ۵x = ۸۰ \Rightarrow x = ۱۶$$

Bekrinoo academy

۱۱۰ گزینه ۴

$x =$ تعداد پاسخ صحیح

$y =$ تعداد پاسخ اشتباه

$z =$ تعداد سؤال بدون پاسخ

$$۴x - ۲y = ۴۶ \Rightarrow -۲y = ۴۶ - ۴x \Rightarrow y = ۲x - ۲۳$$

$$x + y + z = ۳۰ \Rightarrow x + y = ۳۰ - z \Rightarrow x + ۲x - ۲۳ = ۳۰ - z$$
$$\Rightarrow ۳x = ۵۳ - z$$

$z = ۰$ اگر $\Rightarrow ۳x = ۵۳ \Rightarrow x = \frac{۵۳}{۳}$ غ‌ق‌ق

$z = ۱$ اگر $\Rightarrow ۳x = ۵۳ - ۱ \Rightarrow ۳x = ۵۲ \Rightarrow x = \frac{۵۲}{۳}$ غ‌ق‌ق

$z = ۲$ اگر $\Rightarrow ۳x = ۵۳ - ۲ \Rightarrow ۳x = ۵۱ \Rightarrow x = \frac{۵۱}{۳} = ۱۷$

$$y = ۲ \times ۱۷ - ۲۳ = ۳۴ - ۲۳ = ۱۱ \ , \ x = ۱۷, y = ۱۱, z = ۲$$

تعداد پرسش‌های پاسخ داده شده $= x + y = ۱۷ + ۱۱ = ۲۸$

۱۱۱ گزینه ۴

اگر هزینه کلی در سرویس اول را y و حجم مصرفی (با واحد گیگابایت) را با x نشان دهیم:

$$y = ۱۰x + ۱۰۰$$

(۱۰۰ هزینه اولیه و ۱۰ هزینه هر گیگابایت) و به همین ترتیب برای سرویس دوم:

$$y = ۸x + ۱۵۰$$

محل برخورد دو خطی که معادله‌های آن‌ها در بالا آمده، مقدار مصرفی را نشان می‌دهد که هر دو سرویس در آن هزینه یکسان دارند.

$$\begin{cases} y = ۱۰x + ۱۰۰ \\ y = ۸x + ۱۵۰ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۱)} \begin{cases} -y = -۱۰x - ۱۰۰ \\ y = ۸x + ۱۵۰ \end{cases}$$
$$۰ = -۲x + ۵۰ \Rightarrow x = ۲۵$$

پس قبل از ۲۵ گیگابایت، سرویس ۱ و بعدازآن سرویس ۲ ارزان‌تر است.

۱۱۲ گزینه ۴

هزینهٔ استفاده از هر خط اینترنت را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ساعت } ۱ = ۴۰۰۰ + ۳۰۰۰ = ۷۰۰۰$$

خط A : $\text{ساعت } ۲ = ۴۰۰۰ + ۲ \times ۳۰۰۰ = ۱۰۰۰۰ \Rightarrow ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, ۱۹, \ldots$

$$\text{ساعت } ۳ = ۴۰۰۰ + ۳ \times ۳۰۰۰ = ۱۳۰۰۰$$

$$\text{ساعت } ۱ = ۴۰۰۰$$

خط B : $\text{ساعت } ۲ = ۲ \times ۴۰۰۰ = ۸۰۰۰ \Rightarrow ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, \ldots$

$$\text{ساعت } ۳ = ۳ \times ۴۰۰۰ = ۱۲۰۰۰$$

کمتر از ۴ ساعت خط B به صرفه‌تر از خط A است. در ۴ ساعت هر دو برابر هستند و بیشتر از ۴ ساعت خط A به صرفه‌تر از خط B است.
راه‌حل دوم: می‌توان با رسم دو خط $y = ۴ + ۳x$ و $y = ۴x$ در دستگاه مختصات و مقایسه آن‌ها با یکدیگر به سوال پاسخ داد.

۱۱۳ گزینه ۲

راه‌حل اول:

سرعت محسن $\sqrt{۴۰}$ کیلومتر بر ساعت است، یعنی در یک ساعت $\sqrt{۴۰}$ کیلومتر می‌دود. $\sqrt{۴۰}$ کیلومتر معادل $۱۰۰۰ \times \sqrt{۴۰}$ متر است؛ بنابراین مسیر ۱۰۰ متری را به تعداد $\frac{\sqrt{۴۰} \times ۱۰۰۰}{۱۰۰}$ یعنی $۱۰\sqrt{۴۰}$ (تقریباً معادل ۶۴) بار می‌دود. سرعت سعید ۸ کیلومتر بر ساعت است، یعنی ۸۰۰۰ متر بر ساعت است؛ بنابراین سعید مسیر را به ۸۰ بار طی می‌کند. محسن طبق جدول تناسب زیر، هر ۱۰۰ متر را تقریباً در ۰/۹۵ دقیقه طی می‌کند.

۱۰۰	$۱۰۰۰\sqrt{۴۰}$ متر
x	۶۰ دقیقه

$$\Rightarrow x = \frac{۶۰۰۰}{۱۰۰۰\sqrt{۴۰}} = \frac{۶}{\sqrt{۴۰}} = ۰/۹۵'$$

سعید نیز طبق جدول تناسب زیر، هر ۱۰۰ متر را در ۰/۷۵ دقیقه طی می‌کند.

۱۰۰	۸۰۰۰ متر
x	۶۰ دقیقه

$$\Rightarrow x = \frac{۶۰۰۰}{۸۰۰۰} = \frac{۶}{۸} = ۰/۷۵'$$

بنابراین هر بار که سعید به آخر مسیر می‌رسد، هنوز محسن باید ۰/۲۰ دقیقه دیگر بدود تا به انتهای مسیر برسد که در این مدت نیز سعید دوباره محسن را می‌بیند؛ بنابراین به تعداد دفعات رفت و برگشت سعید یعنی ۸۰ بار این دو نفر یکدیگر را می‌بینند.

راه‌حل دوم:

باتوجه‌به اینکه سرعت سعید بیشتر از سرعت محسن است، کافی است محسن به عنوان نقطه‌ای از مسیر در نظر گرفته شود که دائماً در حال تغییر می‌باشد، حال با این نگاه چون سعید در هر رفت و برگشت از تمامی نقاط مسیر عبور می‌کند درنتیجه ۸۰ بار محسن را ملاقات خواهد کرد.

Bekrinoo academy